תרגיל 1 ידני

שאלה 1:

יהיו קבוצות לא ריקות $A,B\subseteq\mathbb{R}$, נניח שמתקיים $\forall a\in A,\forall b\in B: a\le b$ (כל איבר ב A קטן שווה מכל איבר ב B)

*א. הוכח: $\sup A\le\inf B$ (תרגיל חשוב מאד. יש להשתמש באפסילון)

ב. נניח שמתקיים שיוויון בסעיף א', כלומר, $\sup A=\inf B$. הוכח/הפרך: $A\cap B\neq\phi$. (במילים: יש איבר שנמצא גם ב A וגם ב B).

ג. אם הוכחת בסעיף ב', מה הוא האיבר המשותף ל A ו B ? אם הפרכת, מתי כן יהיה לשתי הקבוצות איבר משותף?

שאלה 2:

תהי $A\subseteq\mathbb{R}$, נתון $0\notin A$. נגדיר את הקבוצה A^{-1} באופן הבא $A^{-1}=\left\{\frac{1}{a}\mid a\in A\right\}$. הוכח או הפרך על ידי דוגמא נגדית:

א. אם A חסומה מלעיל אזי A^{-1} חסומה מלעיל

ב. אם A חסומה מלעיל אזי A^{-1} חסומה מלרע

ג. אם A^{-1} חסומה מלעיל אזי A חסומה מלעיל

ד. אם A^{-1} חסומה מלעיל אזי A חסומה מלרע