

## בוחר אלגברה לינארית 2 תיכונסטים תשעט

מתרגלים: אחיה בר־און, עוזי חרוש, לירז כתיב.

- ענו על כל השאלות.
  - במידה ואתם עונים במחברת בחינה - רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא על העמוד הראשון.
  - במידה ואתם עונים על דפים שייתכן שיתלשו - רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא על כל דף תשובות.
  - הקפידו על סדר ניקיון.
  - משך הבוחן: שעה ורבע.
  - חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.
  - השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי - מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
- המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

Q1	
Q2	
Q3	
total	

**בהצלחה!**

1. [33 נק'] נגדיר

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$$

הוכיחו כי  $A$  ניתנת לשילוש ומצאו  $P$  הפיכה כך ש  $P^{-1}AP$  משולשית.

2. [11 נק' לסעיף] הוכיחו/הפריכו:

(א) תהא  $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$  אזי מתקיים כי: אם  $0$  ע"ע שלה אז היא לא לכסינה.

(ב) תהא  $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$  אזי מתקיים כי: אם  $3v$  ו"ע אז גם  $v$  ו"ע (עבור  $v \in \mathbb{F}^n$ ).

(ג) עבור  $A \in \mathbb{R}^{100}$  מתקיים כי אם  $m_A(x) \mid (x-2)^{50}(x-3)^{50}$  אזי  $p_A(x) = (x-2)^{50}(x-3)^{50}$

3. [10 נק' לסעיף] יהיו  $m < n$  ויהיו  $A \in \mathbb{F}^{m \times n}$ ,  $B \in \mathbb{F}^{n \times m}$  שמקיימות ש  $AB$  הפיכה ולכסינה.

(א) הוכיחו כי כל ע"ע של  $AB$  הוא ע"ע של  $BA$ .

(ב) הוכיחו כי עבור  $\lambda$  ע"ע של  $AB$  מתקיים כי  $\dim V_\lambda^{AB} = \dim V_\lambda^{BA}$  (כלומר הר"ג של  $\lambda$  כע"ע של  $AB$  שווה לר"ג של  $\lambda$  כע"ע של  $BA$ ).

(ג) הוכיחו כי הר"ג של  $\lambda = 0$ , כע"ע של  $BA$ , הוא  $n - m$  (כלומר, הוכיחו כי  $\dim N(BA) = n - m$ ).

(ד) הוכיחו כי  $BA$  לכסינה.