

# יריעות עם ספה

יריעה 2-מימדית



$x^2 + y^2 < 1$  דיסק D - פנימי

יריעה 2-מימדית עם ספה



$x^2 + y^2 \leq 1$  דיסק  $\bar{D}$  סגור

יריעה 1-מימדית סגורה



$x^2 + y^2 = 1$  ספה  $S$   $S = \partial D$

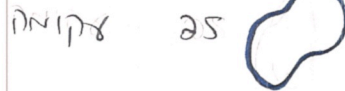
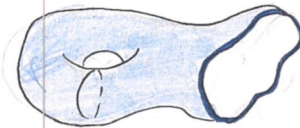
הקרום סגור ופנימי:

$\gamma$  עקומה עם ספה

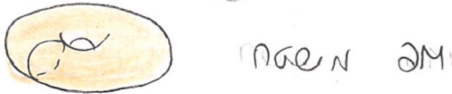


$\{\gamma(a), \gamma(b)\} = \gamma$  2 נקודות

S נפתח עם ספה



M גוף 3-מימדי עם ספה



באופן כללי: M יריעה K מימדית עם ספה  $\leftarrow$  M עם יריעה K מימדית עם ספה

כיצד מקרום יריעה עם ספה באופן פורמלי?

כל נקודה  $x \in M$  קיימת סביבה  $U_x$  קדומה  $\sim$

קב' פתוחה  $\Omega \subset \mathbb{R}^k$   $\parallel$  קבוצה "חב פתוחה"  $\mathbb{R}^k$

$\tilde{\Omega} = (x_1, \dots, x_k, \dots, x_1, \dots, x_k)$

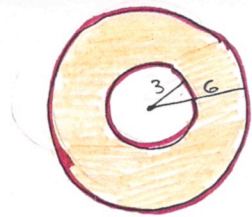
$\Omega = (x_1, \dots, x_k)$



נפתח הפנימי

פנימי סגור

כל פתח עם ספה קרום



צורת-טבעת ב- $\mathbb{R}^2$  עם רדיוס פנימי 3 ורדיוס חיצוני 6

$\varphi: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}^2$

פונקציה של הויירד

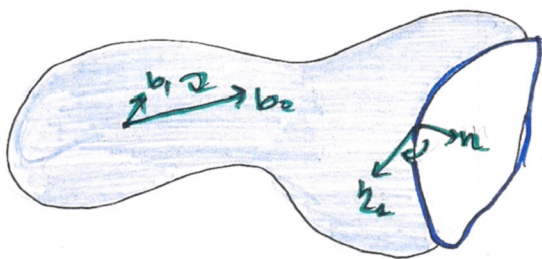
$(r, \theta) \rightarrow (r \cos \theta, r \sin \theta)$

צביר  $\mathcal{A} = \{ (r, \theta) \in \mathbb{R}^2 \mid 3 \leq r \leq 6, 0 < \theta < 2\pi \}$   
 (הפונקציה היא מכסה את כל הטבעת - באופן פונקציונלי צריך שהיא תספיק)

פונקציה של השפה מתקבלת על ידי -  
 $\begin{cases} \gamma_1(\theta) = (6 \cos \theta, 6 \sin \theta) \\ \gamma_2(\theta) = (3 \cos \theta, 3 \sin \theta) \end{cases}$   
 היא התייחסות לאוריינטציה.

אף עם לא נקח פונקציה שרירותית של השפה  $\partial M$  אנוני נרצה פונקציה עם אוריינטציה המושיית את הויירד  $M$ .

**אוריינטציה מושרית:**



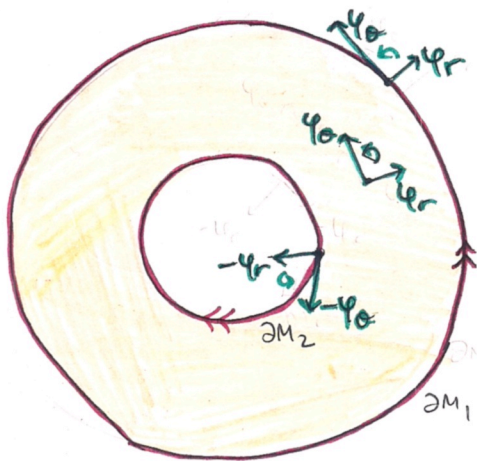
יש שני אוריינטציה על  $M$  -  
 דומת בחידה של מחלקת בקילות של בסיסים על  $T_p$   
 שני  $e$   $(e_1, \dots, e_n)$  בסיס מייצג.

נקודות על השפה  $\partial M$  נבחרו נציג (אנחנו שונה מ- $\partial M$  המקורי) מחלקת בקילות פונקציונלית שהיוקטוו הכאשין בסיס המייצג הוא ווקטור נורמל חיצוני לויירד.

$(e_1, \dots, e_n) \sim (e_1, \dots, e_n)$

אז הבסיס  $(e_1, \dots, e_n)$  מייצג את האוריינטציה על  $M$ .

צורת-טבעת הקודמת - עניי שהטבעת נמנה עם אוריינטציה חיובית ב- $\mathbb{R}^2$ . נצטן פונקציה של השפה עם אוריינטציה מושרית מהויירד.



מיון:  $(r \cos \theta, r \sin \theta) = \varphi(r, \theta)$  פונקציה של אוריינטציה חיובית - הנציג שלנו הוא  $(\varphi_r, \varphi_\theta)$

בקודם על  $\partial M$   $\varphi_r$  הוא ווקטור נורמל חיצוני

ולקני  $(\varphi_r, \varphi_\theta)$  מציגה כיוון על המעטף החיצוני.

פונקציה מואיימת  $\gamma_1(\theta) = (6 \cos \theta, 6 \sin \theta)$

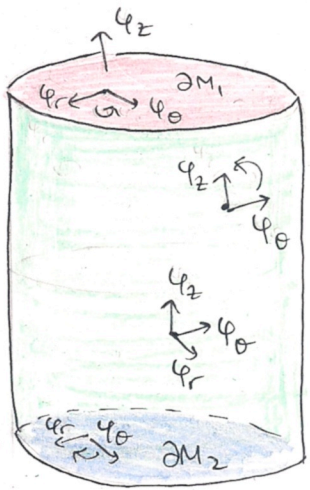
נקודות על  $\partial M$  - הוא ווקטור נורמל חיצוני. וצד שבתוך בסיס מייצג כך שהיורטור  $\varphi_r$  הוא ווקטור נורמל חיצוני.

$(\varphi_r, \varphi_\theta) \sim (-\varphi_r, -\varphi_\theta)$

$\varphi_\theta = -$  מציגה כיוון על המעטף הפנימי  $\gamma_2(\theta) = (3 \cos \theta, 3 \sin \theta)$   $\partial M_2$   
 פונקציה מואיימת  $\det \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} > 0$



$$\{x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 7\}$$



(גם כאן -> נאלץ באנאליסיס אחר)   
 של הירייה

תרגיל: ירייה עם ספה ב- $\mathbb{R}^3$  נתונה  $\psi$    
 עם האוריינטציה החיובית ב- $\mathbb{R}^3$    
 נמצא פורמטציה של הספה עם אוריינטציה מוסברת.

פתרון: נתונה נמצא פורמטציה של הירייה ספה   
 עם אוריינטציה מראימה:

$$\psi: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(r, \theta, z) \longrightarrow (r \cos \theta, r \sin \theta, z)$$

$$\Omega = \left\{ (r, \theta, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{array}{l} 0 < \theta < 2\pi \\ 0 < r \leq 2 \\ 0 \leq z \leq 7 \end{array} \right\}$$

$(\psi_r, \psi_\theta, \psi_z)$  הוא בסיס הקולומבוס (בדיקת טאנגנטיאליות)

שים לב שהספה  $M$  מורכבת מאיחוד של 3 משטחים

אלו פורמטציות של	$\begin{cases} \psi_1(r, \theta) = (r \cos \theta, r \sin \theta, 7) \\ \psi_2(r, \theta) = (r \cos \theta, r \sin \theta, 0) \\ \psi_3(\theta, z) = (2 \cos \theta, 2 \sin \theta, z) \end{cases}$	$M_1$ - "מכסה עליון"
הספה סוף נאלץ בטוח		$M_2$ - "מכסה תחתון"
שאינן אוריינטציה התואמת		$M_3$ - "מחטפת הפנימי"

$M_1$ :  $\psi_z$  ווקטור נורמל חיובי -> נרצה אותו (כאשר בסיס מ"צ)

$$\det A > 0 \leftarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{המטריצה} \quad (\psi_r, \psi_\theta, \psi_z) \sim (\psi_z, \psi_r, \psi_\theta)$$

$M_1$ :  $\psi_r$  בסיס מ"צ של האוריינטציה של  $M_1$  פורמטציה התואמת.

$M_2$ :  $\psi_z$  - ווקטור נורמל חיובי

$$\det A > 0 \leftarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{המטריצה} \quad (\psi_r, \psi_\theta, \psi_z) \sim (-\psi_z, \psi_r, \psi_\theta)$$

$M_2$ :  $(\psi_\theta, \psi_r)$  בסיס מ"צ של האוריינטציה של  $M_2$

$M_3$ :  $\psi_r$  ווקטור נורמל חיובי

$$(\psi_\theta, \psi_z) \sim (\psi_r, \psi_\theta, \psi_z) \quad \text{הבסיס} \quad \text{התואמת}$$

$\psi_3$  פורמטציה מראימה.