

מבחן מועד א' – מבוא לאנליזה 1 למורים – 88-611 – 31/01/23

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1+2x)\sin(3x)}{\ln(1+x)}$       ב.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x - x - \ln(x)$       ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2-2}\right)^{n^2}$

2. נביט בפונקציה  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(x)}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$

א. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  רציפה ב  $x=0$  ?

ב. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  גזירה ב  $x=0$  ? מהי  $f'(0)$  במקרים אלה?

3. תהי סדרה המקיימת את כלל הנסיגה  $a_{n+1} = 2a_n^3 + 3a_n$  לכל  $n$ , וכן  $a_1 > 0$ .

א. הוכיחו כי הסדרה  $a_n$  עולה.

ב. חשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

4. יהי  $a \in \mathbb{R}$  ונביט בפונקציה  $f(x) = e^{ax} - x$ .

א. הוכיחו כי אם  $a < 0$  אזי לפונקציה אין נקודת קיצון מקומי.

ב. מצאו את הערך של  $a$ , בהנחה שלפונקציה יש נקודת קיצון מקומי ב  $x = 0$ .

5. תהי  $f$  הגזירה בכל הממשיים.

א. הוכיחו או הפריכו: אם  $f'(x^3)$  חיובית בכל הממשיים, אזי  $f(x^3)$  עולה בכל הממשיים.

ב. הוכיחו או הפריכו: אם  $f'(x)$  חיובית בכל הממשיים, אזי  $(f(x))^2$  עולה בכל הממשיים.