

## מבני נתונים ואלגוריתמים - תרגול 4

20 בנובמבר 2011

### תרגיל מפעם קודמת

מיזוג  $k$  רשימות  $L_1, \dots, L_k$  באורך  $n$ .

---

אלגוריתם 1 מיזוג  $k$  רשימות באורך  $n$

---

```
input:  $L_1, \dots, L_k$   
out  $\leftarrow$  array of size  $nk$   
H  $\leftarrow$  empty heap (of pairs)  
 $i_1, \dots, i_k \leftarrow$  zeroes array  
for  $i=1$  to  $k$ :  
  H.push( $L_j[0], j$ )  
end for  
x=0  
while H.not_empty():  
  ( $a, j$ )  $\leftarrow$  H.pop  
  out[x]=a  
   $i_j = i_j + 1$   
  if  $i_j < n$ :  
    H.push( $L_j[i_j], j$ )  
  end if  
  x = x + 1  
end while  
return out
```

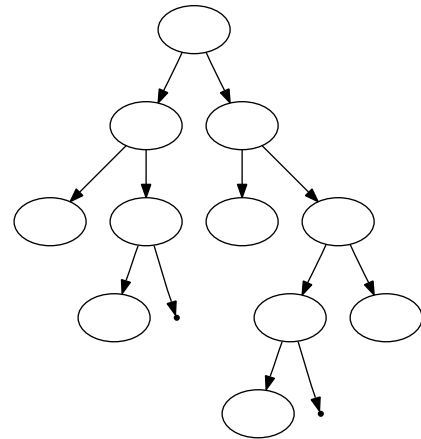
---

### עצים בינאריים - עצי חיפוש

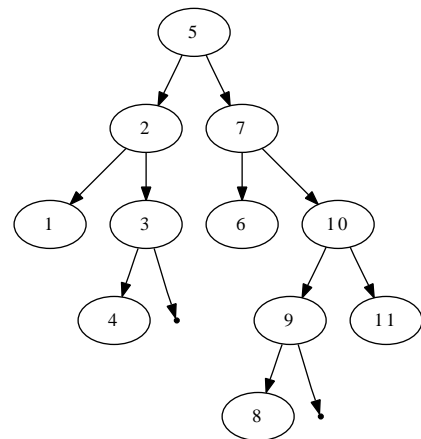
הכלל בעצי חיפוש - האב גדול מכל תת העץ השמאלי שלו וקטן מתת העץ הימני שלו.

## תרגיל

מספרו את הצמתים לפי הסדר שלהם בעץ חיפוש:



## פתרון



## סדר הקדימויות

קודם הולכים לבן השמאלי, אח"כ לשורש, אח"כ לבן הימני.

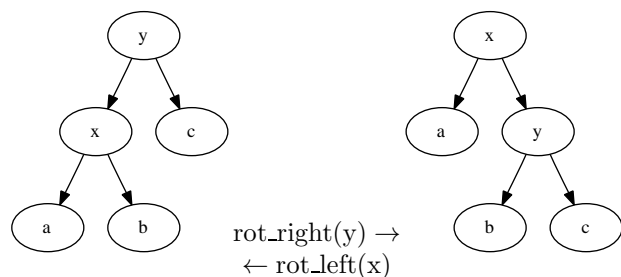
## הסרת צומת

תמיד ניתן להסיר עלה במקום צומת, אנו נחליף את הצומת שרוצים להוריד בעלה (בלי לפגוע בסדר של העץ) ונוריד את העלה.

מחליפים את הצומת שרוצים להסיר עם הקודם (=צומת ימני ביותר בבן השמאלי) או עם העוקב (=צומת שמאלי ביותר בבן הימני) ואז מסירים את הקודם או העוקב ברקורסיה.

## עצי AVL

סיבובים (רוטציות)



## טענה

סיבובים שומרים על הסדר של עץ מיון.

## עץ AVL

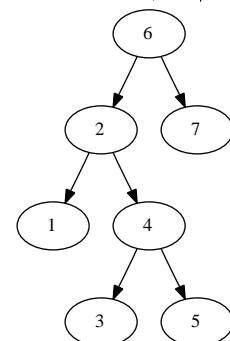
תכונה: ההפרש המקסי' בין הגובה של תת העץ הימני ותת העץ השמאלי של כל צומת הוא 1. בכל צומת שורשים בנוסף לבנים ולערך שבצומת גם את הפרש הגבהים בין הבנים:

- + - הבן השמאלי עמוק יותר ב1
- = - שני הבנים בעומק שווה
- - - הבן הימני עמוק יותר

## תיקונים של האיזון של העץ

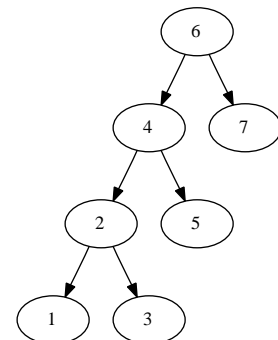
### שמאל-ימין

נתון העץ:

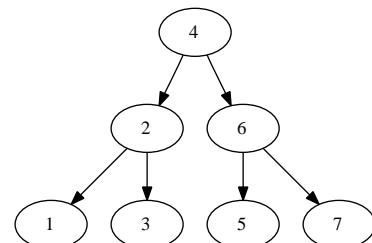


זה עץ לא מאוזן מסוג שמאל-ימין, נעשה `rot_left(2)` ונקבל מצב אחר:

### שמאל-שמאל



ואז נעשה `rot_right(6)` כדי לקבל עץ מאוזן:



## מקרים נוספים

ימין-ימין וימין-שמאל = תמונת מראה של שני המקרים האחרים.

## הוספה

מוסיפים עלה ומטפסים עד לשורש כשבכל צומת מעדכנים את האיזון.

- אם יש בעיה מתקנים כמו שהוסבר לעיל
- אם הסימן הופך ל- לא היה שינוי בגובה תת העץ שאנו נמצאים בראשו ואפשר לעצור.

## הסרה

תמיד אפשר להסיר עלה.  
כשמסירים עלה מעדכנים את האיזון של כל האבות שלו.

- אם יש בעיה, מתקנים.
- אם הסימן השתנה ל+ או - אפשר לעצור כי גובה העץ לא השתנה.

## תרגיל

כיצד תממשו מבנה נתונים שתומך ב:

- הכנסת זוגות מספרים  $(a, b)$  ב  $O(\log n)$
- הוצאת זוגות מספרים  $(a, b)$  ב  $O(\log n)$
- חיפוש לפי הקואורדינטה הראשונה ב  $O(\log n)$
- חיפוש לפי הקואורדינטה השניה ב  $O(\log n)$
- מעבר על הזוגות ממוינים לפי הקואו' הראשונה\השניה ב  $O(n)$

## פתרון

נחזיק שני עצי חיפוש (AVL או 2-3).  
עץ אחד יהיה ממוין לפי הקואורדינטה השמאלית והשני לפי הימנית.

- הכנסה = הכנסה לשני העצים
- הסרה = הסרה משני העצים
- חיפוש - חיפוש בעץ המתאים לפי הקואורדינטה המבוקשת
- מעבר על האיברים ממויינים לפי קואו' שמאלית\ימנית - מעבר סדרתי על העץ המתאים.