אינפי 1 תרגיל 12

25 בינואר 2017

1. הוכיחו לפי ההגדרה האינפיניטסימלית:

א. $\lim_{n\to\infty} a^n = \infty$ עבור $a > 1$.

ב. $\lim_{n\to\infty} a^n = 0$ עבור $0 < a < 1$.

2. הוכח לפי הגדרת $N - \epsilon$ של הגבול: $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n^2+1} = 1$.

3. חשבו את הגבולות של הסדרות הבאות:

א. $< \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}} >$.

ב. $< \frac{2^n+3^n}{2^n-3^n} >$.

ג. $< \frac{n^3}{n!} >$.

ד. $< \frac{n}{(\ln n)^2} >$.

ה. $< (\frac{2n^3-1}{2n^3+3})^{3n^3+4} >$.

ו. $< 2^n - n^2 >$.

ז. $< \sqrt[n]{n} >$.

ח. $< \frac{n!+2}{(n+1)!+1} >$.

ט. $< \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} >$.

4. הוכיחו/הפריכו:

א. אם $< a_n >$ סדרה מתכנסת, אז $\lim_{n\to\infty} (a_{n+1} - a_n) = 0$

ב. אם $\lim_{n\to\infty}(a_{n+1}-a_n)=0$ אז $<a_n>$ סדרה מתכנסת.

ג. אם $<a_n>$ סדרה מתכנסת לגבול L, אז $\lim_{n\to\infty}(a_{n+1}+a_n)=2L$

ד. אם $\lim_{n\to\infty}(a_{n+1}+a_n)=L$ אז $<a_n>$ סדרה מתכנסת.

ה. אם $\lim_{n\to\infty}a_n=0$ אז $\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=0$.

ו. $<a_n>$ סדרת קושי אמ"ם לכל פו' רציפה במ"ש f, $<f(a_n)>$ היא סדרת קושי.