

**אלגברה לינארית להנדסה בר-אילן
מועד ב' התשע"ז**

ד"ר מיטל אליהו רובינסון.

מתרגלים : אחיה בראון, אריאל וייצמן, ביאנה פרידמן-שטיינבוך ואיתמר שטיין.

זמן הבחינה : 3 שעות. הקדישו 30 דק' (לכל היותר!) לחלק הראשון ותכננו את חלוקת הזמן!
מספיקות 40 דק לכל אחת מהשאלות האחרות!
מותר להשתמש במחשבוניו מדעיים פשוטים בלבד!

בסוף הבחינה יש דפים נוספים לשימושכם.

הערה: כל המרחבים הוקטוריים בבחינה הם ממימד סופי.

בהצלחה!

שאלה	ניקוד
הוכחות: שאלות 1-2	
3	
4	
5	
6	
סה"כ	

בס"ד
חלק א' – הוכחה (20 נק' לשאלה)

ענו על אחת בלבד מהשאלות הבאות:

1. נסחו והוכיחו את שני המשפטים הבאים:
 - א. למת ההחלפה של שטייניץ.
 - ב. א"ש המשולש לנורמה מושרית.
2. נסחו והוכיחו את משפט על הקשר בין ריבוי גאומטרי לריבוי אלגברי של ע"ע.

המשך תשובה לחלק א'

חלק ב'- שאלות פתוחות – יש לענות על כל השאלות !

3. (30 נק')

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in R^{4 \times 4} \text{ תהי א.}$$

מצאו בסיס ומימד עבור:

(i) $C(A)$, $N(A)$ (8)

(ii) $C(A) \cap N(A)$ (שימו לב טוב אין צורך לעבוד קשה...)(5)

(iii) מצאו את כל הווקטורים $b \in R^4$ כך שלמערכת $Ax = b$ אין פתרון, ותנו

דוגמה לווקטור כזה (4).

ב. (3) מצאו (אם קיימת) $B \in R^{4 \times 4}$ כך ש $R(A) = R(B)$ או $N(A) \neq N(B)$ או הוכיחו

מדוע לא קיימת כזו מטריצה.

ג. (5) מצאו (אם קיימת) $B \in R^{4 \times 4}$ כך ש $R(A) \neq R(B)$, $C(A) = C(B)$ או הוכיחו

מדוע לא קיימת כזו מטריצה.

ד. (5) מצאו (אם קיימת) $I \neq B \in R^{4 \times 4}$ כך ש $C(AB) = C(A)$ אבל

$C(BA) \neq C(A)$ או הוכיחו מדוע לא קיימת כזו מטריצה.

המשך התשובה לשאלה 3

4. (22) נתונה המטריצה הבאה: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in R^{3 \times 3}$.

א. (12) מצאו מטריצה $P \in R^{3 \times 3}$ אורתוגונאלית ומטריצה $D \in R^{3 \times 3}$ אלכסונית כך שמתקיים $P^T A P = D$.

ב. (5) נגדיר $B = \frac{1}{2} A \in R^{3 \times 3}$. מהם הע"ע שלה ללא חישוב פולינום אופייני?

ג. (5) הוכיחו כי לכל $v \in R^3$ מתקיים שבמכפלה $Bv = w$ הווקטור המתקבל $w \in R^3$

הוא ההיטל של הווקטור v על הווקטור $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

המשך התשובה לשאלה 4

המשך התשובה לשאלה 4

בס"ד

5. (10) האם קיימת העתקה לינארית: $T: R_2[x] \rightarrow R^3$ כך ש:

$$T(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, T(1+x) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, T(x^2-1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

כלומר מצאו את $T(ax^2 + bx + c) = ?$

המשך תשובה 5

6. יש קשר בין הסעיפים:

- תהא $A \in F^{n \times n-1}$ כך ש $\text{rank}(A) = n-1$. נגדיר את המטריצה A_i לכל $1 \leq i \leq n$ כך: A_i היא המטריצה המתקבלת מ A ע"י מחיקת שורה i .
- א.** הוכיחו כי קיים $1 \leq i \leq n$ כך ש A_i הפיכה.
- ב.** נניח ש A_n היא הפיכה. הוכיחו כי קיימת $B \in F^{n-1 \times n}$ כך ש $BA = I$ כאשר $I \in F^{n-1 \times n-1}$ מטריצת היחידה מסדר $n-1$.
- ג.** תהי $A \in F^{n \times n}$ כך ש $\text{rank}(A) < n-1$. הוכיחו $\text{adj}(A) = 0$.

המשך תשובה לשאלה 6

המשך תשובה לשאלה 6

תשובה...

תשובה...

תשובה....

תשובה