

מבחן דמה – 88-132 אינפי 1 תשע"ז

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל100.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^n}{2^{n^2}} \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) \ln(x) \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^x - 1) \sin(e^x) \ln(1+x)}{1 - \cos(x)} \quad \text{א.}$$

2. קבעו אם הטורים הבאים מתכנסים בהחלט/בתנאי/מתבדרים:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n) \quad \text{ג.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{n} \quad \text{ב.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad \text{א.}$$

3. תהי סדרה חיובית a_n ויהי קבוע $d \in \mathbb{R}$ $2 < d$ כך שלכל n מתקיים $d \leq \frac{a_n + a_{n+2}}{a_{n+1}}$.

כמו כן, נתון כי $a_1 < a_2$.

א. הוכיחו כי a_n מונוטונית עולה.

ב. חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

4.

א. תהיינה שתי פונקציות f, g הגזירות בקטע A , כך ש $\forall x \in A: f'(x) = g'(x)$.

כמו כן, נתון כי קיימת נק' $a \in A$ עברה $f(a) = g(a)$.

הוכיחו כי $\forall x \in A: f(x) = g(x)$.

ב. הוכיחו כי לכל $x > 0$ מתקיים $\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$.

תזכורת: $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$.

5. תהי פונקציה f רציפה בכל \mathbb{R} כך ש $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

א. הוכיחו כי f חסומה מלמעלה.

ב. הוכיחו/הפריכו: f מקבלת בהכרח מינימום.