

קירובים ירי פולינום ל"ס/7

$\frac{1}{100}$ טעות

$\sqrt{8}$ קרוב

$$f = \sqrt{x} \quad a = 9 \quad x = 8$$

$$f' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} \quad f'' = -\frac{1}{4} \cdot x^{-\frac{3}{2}}$$

$$|R_1(\sqrt{x}, 9, 8)| = \left| \frac{f''(c)}{2!} (8-9)^2 \right| = \left| \frac{-\frac{1}{4} \cdot c^{-\frac{3}{2}}}{2} \right| = \frac{1}{8(\sqrt{c})^3} \leq \frac{1}{8 \cdot (\sqrt{6.25})^3} = \frac{1}{8 \cdot 2.5^3} \leq \frac{1}{8 \cdot 15} = \frac{1}{120} \checkmark$$

$c \geq 8$

$$P_1(\sqrt{x}, 9) = f(9) + f'(9)(x-9) = \sqrt{9} + \frac{1}{2} \cdot 9^{-\frac{1}{2}}(x-9) = 3 + \frac{x-9}{6}$$

$$P_1(8) = 3 + \frac{1}{6} \cdot (-1) = \boxed{2 \frac{5}{6}} \quad : X=8 \text{ ב'3}$$

$\frac{1}{100}$ טעות

$\sin(1)$ קרוב

$$f = \sin(x) \quad a = 0 \quad x = 1$$

$$f' = \cos(x) \quad f''(x) = -\sin(x) \quad f^{(3)} = -\cos(x) \quad f^{(4)} = \sin(x) \quad f^{(5)} = \cos(x)$$

$$|R_4| = \left| \frac{f^{(5)}(c)}{5!} (1-0)^5 \right| = \left| \frac{\cos(c)}{5!} \right| \leq \frac{1}{120} \checkmark$$

$$P_4(\sin x, 0) = x - \frac{x^3}{3!}$$

$$\sin(1) \approx P_4(1) = 1 - \frac{1}{3!} = \boxed{\frac{5}{6}}$$

: X=1 ב'3

טעות קטנה
טעות קטנה

$\frac{1}{10,000}$ תלול $\sqrt[3]{1006}$ קרוב

$f = \sqrt[3]{x}$ $a = 1000$ $x = 1006$

$f' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ $f'' = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}$

$|R_2(\sqrt[3]{x}, 1000, 1006)| = \left| \frac{f''(c)}{2!} (1006-1000)^2 \right| = \left| \frac{-\frac{2}{9} \cdot c^{-\frac{5}{3}}}{2!} \cdot 6^2 \right| =$

$= \frac{4}{c^{\frac{5}{3}}} < \left(\frac{4}{\sqrt[3]{1000}} \right)^5 = \frac{4}{10^5} < \frac{1}{10,000} \checkmark$

$1000 < c < 1006$

$P_1(\sqrt[3]{x}, 1000) = f(1000) + f'(1000)(x-1000) =$

$\sqrt[3]{1000} + \frac{1}{3} \cdot 1000^{-\frac{2}{3}} (x-1000) = 10 + \frac{x-1000}{300}$

$P_1(1006) = 10 + \frac{6}{300} = \boxed{10 \frac{1}{50}}$

: $x=1006$ ל3

$\frac{1}{100}$ תלול $\sqrt[3]{e}$ קרוב

$f = e^x$ $a = 0$ $x = \frac{1}{3}$

e^x תלול

$|R_3| = \left| \frac{f^{(4)}(c)}{4!} \left(\frac{1}{3} - 0\right)^4 \right| = \frac{e^c}{24} \cdot \frac{1}{81} \leq \frac{4}{24 \cdot 81} = \frac{1}{6 \cdot 81} < \frac{1}{100}$
 $c < 1$

$P_3(e^x, 0) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$

$P_3\left(\frac{1}{3}\right) = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9 \cdot 2} + \frac{1}{27 \cdot 6}$

$|R_2| = \frac{e^c}{3!} \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{e^c}{162} \leq \frac{4.096}{162} = \frac{1.6}{162} < \frac{1}{100}$ תלול

$\frac{1}{100}$ מקור $\ln(1.25)$ מקור

$$f = \ln(x) \quad a=1 \quad x=1.25$$

$$f' = \frac{1}{x} \quad f'' = -\frac{1}{x^2} \quad f^{(3)} = \frac{2}{x^3}$$

$$|R_2| = \frac{f^{(3)}(c)}{3!} (1.25-1)^3 = \frac{2}{c^3 \cdot 3!} \cdot \frac{1}{4^3} \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{64} < \frac{1}{100}$$

$$P_2(\ln x, 1) = f(1) + f'(1) \cdot (x-1) + \frac{f''(1)}{2!} (x-1)^2 =$$

$$= \ln(1) + \frac{1}{1}(x-1) - \frac{1}{2!}(x-1)^2 = 0 + x-1 - \frac{1}{2}(x-1)^2$$

$$\ln(1.25) \approx P_2(1.25) = 1.25 - 1 - \frac{1}{2}(1.25-1)^2 = \boxed{\frac{7}{32}} \quad !x=1.25 \quad \text{ב'ב)}$$

מקור $\ln(\sqrt{1.25})$ מקור $\ln(1.25)$ *

מקור $\ln(1.25)$ מקור $\ln(\sqrt{1.25})$

$$\ln \sqrt{1.25} = \ln(1.25^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} \cdot \ln(1.25)$$