

תרגיל 7- מרחב וקטורי ותת מרחב וקטורי

שאלה 1

הוכח/הפוך:

$V = \{(x_1, x_2) \mid x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$ הוא מרחב וקטורי ביחס ל

$$(x_1, x_2) \oplus (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2) :$$

$$\text{וכפל בסקלר: } \lambda(x_1, x_2) = (\lambda x_1, \lambda x_2) .$$

שאלה 2

האם הקבוצות הבאות הם תתי מרחבים? אם כן, הוכח אם לא הראה שאחת מהתכונות לא מתקיימות:

א.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid (a_1 - a_2)^2 + a_3^2 = 0 \right\}$$

ב.

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid a_1 \cdot a_2 = 0 \right\} :$$

ג. יהי $V = \mathbb{R}^n$ המרחב הוקטורי הרגיל מעל \mathbb{R} .

ג.

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n \mid a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0 \right\}$$

שאלה 3

מצאו בסיס למרחבים הבאים:

א.

$$W = \text{span}\{(1, -7, -5, 1), (1, -5, -4, 2), (1, 1, -1, 5), (2, -4, -5, 7)\}$$

$$U = \text{sp}\{(1 \ 2 \ 3), (2 \ 0 \ 1), (0 \ -1 \ -1), (2 \ 4 \ 0)\} .$$

שאלה 4

נתונה המטריצה:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- א. מצאו בסיס למרחב השורות של המטריצה.
ב. מצאו בסיס למרחב העמודות של המטריצה