

בוחן דמה – לינארית 1 קיץ תשעא

1. יהיו $A \in F^{m \times n}, B \in F^{n \times k}, D \in F^{n \times n}$ מטריצות

a. הוכח שאם $AB = 0$ אזי $\text{rank}(B) \leq \dim N(A)$

b. הוכח שאם $D^2 = 0$ אזי $\text{rank}(D) \leq \frac{n}{2}$

2. תהי המטריצה $A = \begin{pmatrix} 1 & t & 1-t & 2 \\ t & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a. מצא בסיסים ומימדים לשלושת מרחבי המטריצה מעל הממשיים (שורות, עמודות

ומרחב האפס)

b. נתון $b = \begin{pmatrix} t \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$. מצא כמה פתרונות יש למערכת $Ax = b$ מעל \mathbb{Z}_3 לכל ערך של

הפרמטרים a, t .

3. יהי $V = \mathbb{R}^4$ ויהיו $B = \{(0,1,0,1), (0,-1,0,1), (1,0,1,0), (-1,0,1,0)\}$

$C = \{(1,0,0,0), (0,1,1,0), (1,1,1,1), (0,1,0,1)\}$ בסיסים.

a. מצא את $[I]_C^B$

b. מצא את $[I]_B^C$

c. מצא את $[(1,2,3,4)]_B, [(0,0,2,2)]_C$

4. נביט ב $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ובקבוצת החזקה שלה $P(A)$ (אוסף כל הקבוצות המוכלות ב A).

נגדיר **חיבור** בין תתי קבוצות של A על ידי הפרש הסימטרי. כלומר

$B + C := (B \setminus C) \cup (C \setminus B)$ (תזכורת $B \setminus C$ הוא אוסף האיברים ב B שלא נמצאים ב C).

עוד נגדיר **כפל בסקלר** מהשדה \mathbb{Z}_2 על ידי $\{ \}$ וגם $0 \cdot B := \phi$ ו $1 \cdot B := B$

תחת הגדרות אלה, $P(A)$ הינו מרחב וקטורי מעל השדה \mathbb{Z}_2 (אין צורך להוכיח)

א. מהו וקטור האפס של $P(A)$? הוכח שאכן מתקיים $B + 0 = B \forall B \in P(A)$.

ב. מצא את המימד של $P(A)$. הוכח.