

תרגיל בית 2 – גאומטריה אנליטית, זהבית צבי

שאלה 1

נתון בסיס ל- \mathbb{R}^3 : $B = \left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}}_{v_1}, \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}}_{v_2}, \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}_{v_3} \right\}$. מצאו בעזרת תהליך גרם-שמידט בסיס אורתוגונלי ובסיס אורתונורמלי.

שאלה 2

נתונה מכפלה פנימית ב- \mathbb{R}^3 : (חדשה ממה שאנו מכירים עד עכשיו רק לצורך תרגיל זה):

$$\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \right\rangle = x_1 y_1 + \frac{1}{2} x_1 y_3 + \frac{1}{2} x_3 y_1 + 2x_2 y_2 + x_3 y_3$$

האם הבסיס הסטנדרטי הינו אורתונורמלי עם המכפלה הפנימית הנתונה? במידה ולא מצאו אחד כזה.

שאלה 3

נתונה הקבוצה $\left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}}_{v_1}, \underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}}_{v_2} \right\}$, מצאו בסיס אורתונורמלי ל- \mathbb{R}^3 .

שאלה 4

נתון תת מרחב הבא של \mathbb{R}^4 :

$$V = Sp \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

א. מצאו בסיס אורתוגונלי לתת מרחב V .

ב. הפכו את הבסיס שמצאתם מסעיף א' לאורתונורמלי.

ג. כתבו צירוף לינארי של הוקטור $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ באמצעות הבסיס האורתונורמלי שמצאתם מסעיף