

פתרון תרגיל 6

15 ביוני 2014

חשבון אינפיטיסימלי 2

תרגיל 1

גבולות האנטגרציה a ו- $-a$. $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2} \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ נמצא את גבולות: עבור $x = \pm a \Leftrightarrow y = 0$. כלומר

לכן $\int_0^a \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2} dx = \left(\frac{b}{a} \frac{x\sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} \right)_{x=-a}^{x=a} = \frac{ab\pi}{2}$ את החישוב

שהתקבל יש להכפיל ב-2 מטעמי סימטריה סביב ציר ה- x , דהיינו השטח המבוקש $S = ab\pi$.
תרגיל 2

על ידי ציור קל להבין את החלוקה לתת קטעים המתאימה, באופן דומה קל למצוא נקודות החיתוך בין הפונקציות. לכן השטח המבוקש:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (-x + \pi - \sin x) dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + x - \frac{\pi}{2}) dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} (\sin x - -x + 2\pi) dx$$

מכאן, זהו חיבור של אנטגרלים אלמנטריים.

תרגיל 3

על פי נוסחא של אורך עקומה $l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$, לכן במקרה שלנו $l =$

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2} dx = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}} dx$$

תרגיל 4

על פי נוסחא של שטח מעטפת $2\pi \int_a^{a+\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$, שפותרים על ידי שיטת

$$\frac{1}{2} \int \sqrt{1 + u^2} du = \frac{1}{2} \int \frac{1+u^2}{\sqrt{1+u^2}} du = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} du + \frac{1}{2} \int \frac{u^2}{\sqrt{1+u^2}} du$$

האנטגרל הראשון פתיר עלי ידי הצבה אוניברסלית או שימוש במשפט פיתגורס, האנטגרל

$$y = 1 + u^2$$

תרגיל 5

על ידי גזירה והשוואה לאפס.

תרגיל 6

ברור שבמקרה זה המכסים הם מעגלים נחשב כל אחד בהם על ידי נוסחאת שטח מעגל.

$$r_1 = \sin(a), r_2 = \sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right)$$

תרגיל 7

כאן לראות כי $V = \pi r^2 h$, קל לקבל $h = \frac{V}{\pi r^2}$. הפונקציה h לפני משתנה r . קל לגזור

ולמצוא מינימום מתאים.