# תורת הקבוצות־ תרגיל בית 10

11 בינואר 2016

1.א. תהי $A \subseteq \omega_1$ קבוצה. נגיד ש$\alpha \in \omega_1$ הוא נקודת סגור של $A$ אם יש $\langle \beta_i | i < \omega \rangle \subseteq A$ סדרה עולה כך ש $\lim \beta_i = \alpha$. הוכח שקבוצת נקודות הסגור של קבוצה לא חסומה ב$\omega_1$ הוא סל"ח.

ב. הוכח שהקבוצה: $\{\alpha \in \omega_1 | \omega^\alpha = \alpha\}$ היא סל"ח ב$\omega_1$.

ג. תזכורת: פו' נורמלית היא פו' שומרת סדר ורציפה. נקודת שבת של פו' היא $\alpha$ כך ש $f(\alpha) = \alpha$. הוכח שלכל $f : \omega_1 \to \omega_1$ נורמלית, קבוצת נקודות השבת של $f$ היא סל"ח.

ד. תהי $f : \omega_2 \to \omega_2$ פו, נורמלית, ו$\alpha \in \omega_2$ סודר גבולי. הוכיחו: $\mathrm{cf}(f(\alpha)) = \mathrm{cf}(\alpha)$.

2. לכל $f : \omega_1 \to \omega_1$ נסמן ב$D_f$ את קבוצת נקודות הסגור של $f$. יהיו $D_{f_i}$ כנ"ל. הוכח ש $\cap_{i<\omega} D_{f_i}$ מכיל קבוצת נקודות סגור של פו'.

3. הוכח/ הפרך: לכל $A \subseteq \omega_1$ מתקיים: $A$ סל"ח, או $A^c$ סל"ח.

4. הוכח שחיתוך של $\omega_1$ סל"חים ב$\omega_1$ הוא לא בהכרח סל"ח.

5. הוכח שקבוצת שבת ב$\alpha$ היא בהכרח קופינלית ב$\alpha$.