

אינפי 4 : תרגיל 3

תאריך הגשה : 17.4.16

1. בעזרת משפט גרין חשבו את האינטגרל

$$\int_{\Gamma} P(x, y)dx + Q(x, y)dy$$

כאשר Γ מכוונת נגד כיוון השעון במקרים הבאים:

א. $P = x^2(y + 1), Q = -xy^2$ ו-

$$\Gamma = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1, y \geq 0\}.$$

ב. $P = x(x + y)^2 + e^{-x^3}, Q = e^{-(x-y)^3}$ ו-

$$\Gamma = \{(x, y) : |x| + |y| = 2\}.$$

ג. $P = -y + \cos x, Q = x$ ו-

$$\Gamma = \{(x, y) : x^2 + 3y^2 + 2xy = 1\}.$$

2. בעזרת משפט גרין חשבו את השטח של

א. הציקלואידה $(a > b), (ax)^{\frac{2}{3}} + (by)^{\frac{2}{3}} \leq (a^2 - b^2)^{\frac{2}{3}}$.

ב. הלמניסקטה $(x^2 + y^2)^2 \leq a^2(x^2 - y^2)$.

3. א. עבור אלו ערכים של הפרמטר a קבוצת הפתרונות של המערכת

$$(*) \begin{cases} 3x_1 + x_2^3 + 2x_3 + x_4^2 = a, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 1 \end{cases}$$

היא משטח ממימד 2 ב- \mathbb{R}^4 ?

ב. נניח $a = 8$. מצאו את המישור המשיק למשטח שמוגדר ע"י מערכת

הפתרונות $(*)$ בנקודה $(0, -1, 4, 1)$.

4. א. עבור אלו ערכים של הפרמטר a קבוצת הפתרונות של המערכת

$$(*) \begin{cases} 2x^2 + y^3 + z = 1, \\ x + 3y + z = a \end{cases}$$

היא משטח ממימד 1 ב- \mathbb{R}^3 ?

ב. נניח $a = 2$. מצאו את הישר המשיק למשטח שמוגדר ע"י מערכת הפתרונות (*). בנקודה $(1, 1, -2)$.