

אינפי 1 – תרגיל 10

שאלה 1

- א. תהי f פונקציה רציפה בקטע $[a,b]$ ומונוטונית בקטע (a,b) . הוכיחו שהיא מונוטונית ב- $[a,b]$.
- ב. הראו שהתמונה של הפונקציות \sin, \cos היא הקטע $[-1,1]$.

שאלה 2

הוכיחו כי לא קיימים הגבולות הבאים:

$$\text{א. } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \tan x$$

$$\text{ב. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x^3}{\sin^3 x}$$

שאלה 3

מצאו את הגבולות הבאים:

$$\text{א. } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$$

$$\text{ב. } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x-2}}$$

שאלה 4

באילו נקודות הפונקציה $[x]$ רציפה?

שאלה 5

- א. תהיי פונקציה ממשית f כך ש: $f(x) = -f(-x)$ לכל $x \neq 0$. נתון ש- f רציפה באפס. הוכיחו ש- $f(0) = 0$.
- ב. תנו דוגמא לפונקציה כזו, וודאו שאכן היא מתאפסת באפס.

שאלה 6

מיינו את נקודות אי הרציפות של הפונקציות הבאות:

א. $\sin\left(\frac{1}{\ln x^2}\right)$

ב. $\cos\left(\frac{3x-2}{|3x-2|}\right)$

ג. $\frac{1}{e^{(\sin x)^2}}$

שאלה 7

תהינה f, g פונקציות רציפות בקטע $[0,1]$ המקיימות $g([0,1]) = [0,1]$ ו-
 $f([0,1]) \subseteq [0,1]$. הוכיחו שקיימת נקודה $x_0 \in [0,1]$ שעבורה
 $f(x_0) = g(x_0)$.

בהצלחה!