

לוגיקה- תרגיל בית מס' 9

עמ' 302

הוכיחו את אי-תקפותם של כל אחד מהטיעונים הבאים.

$A \supset B$ 1 * $C \supset D$ $A \vee D$ $\therefore B \vee C$	A. F B. F C. F D. T
$I \vee \sim J$ 3 $\sim (\sim K \cdot L)$ $\sim (\sim I \cdot \sim L)$ $\therefore \sim J \supset K$	I. T J. F K. F L. F
$S \supset (T \supset U)$ 5 * $V \supset (W \supset X)$ $T \supset (V \cdot W)$ $\sim (T \cdot X)$ $\therefore S = V$	S. T T. F U. F V. F W. F X. F
$D \supset (E \vee F)$ 7 $G \supset (H \vee I)$ $\sim E \supset (I \vee J)$ $(I \supset G) \cdot (\sim H \supset \sim G)$ $\sim J$ $\therefore D \supset (G \vee I)$	D. T E. T F. T G. F H. F I. F J. F
$(S \supset T) \cdot (T \supset S)$ 9 $(U \cdot T) \vee (\sim T \cdot \sim U)$ $(U \vee V) \vee (S \vee T)$ $\sim U \supset (W \cdot X)$ $(V \supset \sim S) \cdot (\sim V \supset \sim Y)$ $X \supset (\sim Y \supset \sim X)$ $(U \vee S) \cdot (V \vee Z)$ $\therefore X \cdot Z$	S. T T. T U. T V. F W. T X. F Y. F Z. T

לכל אחד מהטיעונים, בנו הוכחה צורנית לתקפותו או הוכיחו את אי-תקפותו.

2. אם ישנם הסימפטומים הרגילים של הצטננות וחמו של החולה גבוה, הרי שאם ישנן נקודות קטנות על עורו, הוא לקה בחצבת. ברור שלא יתכן כי החולה לקה בחצבת אם כרטיסו מראה כי סבל ממחלה זו לפני-כן. חמו של החולה גבוה וכרטיסו מראה כי הוא סבל מחצבת לפני-כן. מלבד הסימפטומים הרגילים של ההצטננות, יש נקודות קטנות על עורו. אני מסיק כי החולה לקה באילוח שנגרם מנגיף. (I, K, H, N, G, R)

$$1. (R \cdot G) \rightarrow (N \rightarrow H)$$

$$2. K \rightarrow \sim H$$

$$3. G \cdot K$$

$$4. R \cdot N / \therefore I$$

$$5. G \quad 3, \text{Simp.}$$

$$6. K \quad 3, \text{Simp.}$$

$$7. R \quad 4, \text{Simp.}$$

$$8. N \quad 4, \text{Simp.}$$

$$9. \sim H \quad 2, 6, \text{M.P.}$$

$$10. (R \cdot G) \rightarrow (\sim N \vee H) \quad 1, \text{impl.}$$

$$11. \sim (R \cdot G) \vee (\sim N \vee H) \quad 10, \text{impl.}$$

$$12. (\sim R \vee \sim G) \vee (\sim N \vee H) \quad 11, \text{De M.}$$

$$13. \sim R \vee (\sim G \vee (\sim N \vee H)) \quad 12, \text{assoc.}$$

$$14. \sim G \vee (\sim N \vee H) \quad 7, 13, \text{D.S.}$$

$$15. \sim N \vee H \quad 5, 14, \text{D.S.}$$

$$16. \sim N \quad 9, 15, \text{D.S.}$$

$$17. N \vee I \quad 8, \text{add.}$$

$$18. I \quad 16, 17, \text{D.S.}$$

• שימו לב לחוסר העקביות של הטיעון (שלבים 8, 16).

4. אם אקנה מכונית חדשה באביב זה או אתקן את מכוניתי הישנה, הרי שאסע לקנדה בקיץ זה ואחנה בדולות. אבקר אצל הורי אם אחנה בדולות. אם אבקר אצל הורי, הם ידרשו בתוקף שאבלה את הקיץ אצלם. אם הם ידרשו בתוקף שאבלה את הקיץ אצלם, אהיה שם עד הסתיו. אולם אם אשהה שם עד הסתיו, הרי שבסופו של דבר לא אסע לקנדה! לכן לא אתקן את מכוניתי הישנה. (S, J, B, D, C, A, H)

1. $(H \vee A) \rightarrow (C \cdot D)$
2. $D \rightarrow B$
3. $B \rightarrow J$
4. $J \rightarrow S$
5. $S \rightarrow \sim C \quad / \therefore \sim A$
6. $D \rightarrow J \quad 2, 3, H.S.$
7. $D \rightarrow S \quad 4, 6, H.S.$
8. $D \rightarrow \sim C \quad 5, 7, H.S.$
9. $\sim D \vee \sim C \quad 8, impl$
10. $\sim (D \cdot C) \quad 9, De M.$
11. $\sim (C \cdot D) \quad 10, comm.$
12. $\sim (H \vee A) \quad 1, 11, M.T.$
13. $\sim H \cdot \sim A \quad 12, De M.$
14. $\sim A \quad 13, simp.$

6. אם קיימת אמת־מידה יחידה לגדלותה של שירה, הרי אי־אפשר שמילטון ואדגר גסט יהיו שניהם משוררים גדולים. אם או פופ או דרידן נחשבים למשוררים גדולים, הרי שוורדסוורת ודאי שאיננו משורר גדול; אולם אם וורדסוורת איננו משורר גדול, הרי שלא קיטס ולא שאלי אינם משוררים גדולים. אולם ככלות הכול, אם כי אדגר גסט איננו משורר גדול, דרידן וקיטס שניהם משוררים גדולים. מכאן שאין אמת־מידה יחידה לגדלותה של שירה. (S, K, W, D, P, G, M, A)

1. $A \rightarrow \sim (M \cdot G)$
2. $(P \vee D) \rightarrow \sim W$
3. $\sim W \rightarrow (\sim K \cdot \sim S)$
4. $\sim G$
5. $D \cdot K \quad / \therefore \sim A$
6. $D \quad 5, \text{simp.}$
7. $K \quad 5, \text{simp.}$
8. $\sim \sim K \quad 7, D.N.$
9. $\sim \sim K \vee \sim \sim S \quad 8, \text{add.}$
10. $\sim (\sim K \cdot \sim S) \quad 9, De M.$
11. $\sim \sim W \vee (\sim K \cdot \sim S) \quad 3, \text{impl.}$
12. $W \vee (\sim K \cdot \sim S) \quad 11, D.N.$
13. $W \quad 10, 12, D.S.$
14. $\sim (P \vee D) \vee \sim W \quad 2, \text{impl.}$
15. $(\sim P \cdot \sim D) \vee \sim W \quad 14, De M.$
16. $\sim \sim W \quad 13, D.N.$
17. $\sim P \cdot \sim D \quad 15, 16, D.S.$
18. $\sim D \quad 17, \text{simp.}$
19. $\sim D \vee \sim A \quad 18, \text{add.}$
20. $\sim A \quad 6, 19, D.S.$

גם בטיעון זה רואים חוסר עקביות (שלבים 6, 18).

8. אם רביהמלצרים דיבר אמת, הרי שהחלון היה סגור בשעה שהוא נכנס לחדר; ואם הגנן דיבר אמת, הרי שמערכת ההשקייה האוטומטית לא פעלה בערב הרצח. אם רביהמלצרים והגנן משקרים שניהם, הרי שקיים קשר להגן על מישהו בתוך הבית וצריכה היתה להיות שלולית־מים קטנה על הרצפה בתוך החדר סמוך לחלון. אנו יודעים כי אי־אפשר שהחלון היה סגור כאשר רביהמלצרים נכנס לחדר. היתה שלולית־מים קטנה על הרצפה בתוך החדר סמוך לחלון. כך שאם קיים קשר להגן על מישהו בתוך הבית, הרי שהגנן לא דיבר אמת. (S, K, M, G, H, R)

הטיעון אינו תקף.
ההצרנה

1. $R \rightarrow H$
2. $G \rightarrow M$
3. $(\sim R \cdot \sim G) \rightarrow (K \cdot S)$
4. $\sim H$
5. $S \therefore K \rightarrow \sim G$

ההפרכה

נבחר את הערכים הבאים:

R	H	G	M	K	S
F	F	T	T	T	T

* 10. אם חוקרי התפיסה העל־חושית נחשבים לישרים, הרי שעדות ניכרת לתפיסה על־חושית חייבת להתקבל; ותורת ראיית־הגולד חייבת להישקל ברצינות אם מקבלים באופן זמני כעובדה את התפיסה העל־חושית. אם עדות ניכרת לתפיסה העל־חושית מתקבלת, הרי שיש לקבלה באופן זמני כעובדה וחובה לעשות מאמץ להסבירה. תורת ראיית־הגולד חייבת להישקל ברצינות אם אנו נכונים להתייחס ברצינות לאותה מחלקת תופעות הקרויות על־טבעיות; ואם אנו נכונים להתייחס ברצינות לאותה מחלקת תופעות הקרויות על־טבעיות, יש להתייחס ביראת־כבוד מחודשת למדיומים. אם אנו מתקדמים בעניין זה הלאה, הרי שאם יש להתייחס ביראת־כבוד מחודשת למדיומים, עלינו להתייחס ברצינות לטענותיהם על קשר עם המתים. אנו מתקדמים בעניין זה הלאה, אולם עדיין אנו מתחייבים למעשה להאמין בשדים וברוחות אם אנו מתייחסים ברצינות לטענות המדיומים על קשר עם המתים. לכן, אם חוקרי התפיסה העל־חושית נחשבים לישרים, אנו מתחייבים למעשה להאמין בשדים וברוחות. $(S, K, I, M, A, H, U, C, L, J)$

הטיעון אינו תקף.
ההצרנה

1. $J \rightarrow L$
2. $U \rightarrow C$
3. $L \rightarrow (U \cdot H)$
4. $A \rightarrow C$
5. $A \rightarrow M$
6. $I \rightarrow (M \rightarrow K)$
7. I
8. $K \rightarrow S \quad \therefore J \rightarrow S$

ההפרכה

J	L	C	U	H	A	M	I	K	S
T	T	T	T	T	F	F	T	F	F

12. אם מחיריך נמוכים הרי שמכירותיך יהיו גבוהות, ואם אתה מוכר סחורת-איכות הרי שלקוחותיך יהיו מרוצים. כך שאם מחיריך נמוכים ואתה מוכר סחורת-איכות, הרי שמכירותיך יהיו גבוהות ולקוחותיך מרוצים.
(M, S, G, N)

1. $N \rightarrow G$
2. $S \rightarrow M \quad / \therefore (N \cdot S) \rightarrow (G \cdot M)$
3. $\sim N \vee G \quad 1, impl$
4. $(\sim N \vee G) \vee \sim S \quad 3, add$
5. $(\sim N \vee \sim S) \vee G \quad 4, assoc + comm$
6. $\sim (N \cdot S) \vee G \quad 5, DeM$
7. $(N \cdot S) \rightarrow G \quad 6, impl$
8. $\sim S \vee M \quad 2, impl$
9. $(\sim S \vee M) \vee \sim N \quad 8, add$
10. $(\sim S \vee \sim N) \vee M \quad 9, assoc + comm$
11. $\sim (S \cdot N) \vee M \quad 10, DeM$
12. $\sim (N \cdot S) \vee M \quad 11, comm$
13. $(N \cdot S) \rightarrow M \quad 12, impl$
14. $(\sim (N \cdot S) \vee G) \cdot (\sim (N \cdot S) \vee M) \quad 6, 12, conj$
15. $\sim (N \cdot S) \vee (G \cdot M) \quad 14, dist$
16. $(N \cdot S) \rightarrow (G \cdot M) \quad 15, impl$

14. אם ירדן מצטרפת לברית הרי או אלג'יריה או סוריה יחרימו אותה.
אם כוויית מצטרפת לברית הרי או סוריה או עיראק יחרימו אותה. סוריה
איננה מחרימה אותה. לכן אם לא אלג'יריה ולא עיראק אינן מחרימות אותה
הרי שלא ירדן ולא כוויית אינן מצטרפות לברית. (I, K, S, A, J)

1. $J \rightarrow (A \vee S)$
2. $K \rightarrow (S \vee I)$
3. $\sim S \quad / \therefore (\sim A \cdot \sim I) \rightarrow (\sim J \cdot \sim K)$
4. $\sim J \vee (A \vee S) \quad 1, \text{impl}$
5. $(\sim J \vee A) \vee S \quad 4, \text{assoc}$
6. $\sim J \vee A \quad 5, 3, D.S.$
7. $\sim K \vee (S \vee I) \quad 2, \text{impl}$
8. $\sim K \vee (I \vee S) \quad 7, \text{comm}$
9. $(\sim K \vee I) \vee S \quad 8, \text{assoc}$
10. $\sim K \vee I \quad 3, 9, D.S.$
11. $(\sim J \vee A) \vee I \quad 6, \text{add}$
12. $\sim J \vee (A \vee I) \quad 11, \text{assoc}$
13. $(\sim K \vee I) \vee A \quad 10, \text{add}$
14. $\sim K \vee (I \vee A) \quad 13, \text{assoc}$
15. $\sim K \vee (A \vee I) \quad 14, \text{comm}$
16. $[\sim J \vee (A \vee I)] \cdot [\sim K \vee (A \vee I)] \quad 12, 15, \text{conj}$
17. $(\sim J \cdot \sim K) \vee (A \vee I) \quad 16, \text{dist}$
18. $\sim(\sim J \cdot \sim K) \rightarrow (A \vee I) \quad 17, \text{impl}$
19. $\sim(A \vee I) \rightarrow (\sim J \cdot \sim K) \quad 18, \text{trans}$
20. $(\sim A \cdot \sim I) \rightarrow (\sim J \cdot \sim K) \quad 19, DeM.$