

## מבני נתונים ואלגוריתמים – 88-280-02

### תרגיל 5 – גרפים

#### שאלה 1

יהי  $G = (V, E)$  גרף לא מכוון וקשיר,  $w$  פונקציית משקל על הקשתות  $w: E \rightarrow \mathbb{N}$ , ו- $T$  עץ פורש מינימלי של  $G$ . נניח ומוסיפים קשת חדשה  $e'$  ל- $E$  עם משקל  $w(e')$ . הצע אלגוריתם המעדכן את  $T$  כך שיהיה עץ של הגרף החדש  $G' = (V, E \cup \{e'\})$ .

#### שאלה 2

נתון גרף מכוון  $G = (V, E)$  בו הקשתות צבועות ב-3 צבעים "אדום, כחול, ירוק".

(א) כתבו אלגוריתם המקבל 2 קודקודים ומכריע האם יש מסלול בין הקודקודים כך שכל שתי קשתות סמוכות במסלול הן בצבעים שונים.

(ב) כתבו אלגוריתם המקבל 2 קודקודים ומכריע האם יש מסלול בין הקודקודים העובר דרך קשתות מכל הצבעים.

על האלגוריתמים לרוץ בסיבוכיות  $O(|E| + |V|)$ . הוכיחו את נכונותם.

#### שאלה 3

נתונה רשת זרימה  $G(V, E)$  עם פונקציית קיבולות  $c$ , בה הקיבולות של כל הקשתות הן מספרים שלמים זוגיים, מלבד קשת אחת  $(u, v)$  שהקיבולות שלה אי-זוגית. נתונה זרימה מקסימלית  $f$ , ונניח שערכה אי-זוגי. האם  $(u, v)$  בהכרח רוויה?

\* קשת  $(u, v)$  רוויה אם  $f(u, v) = c(u, v)$ .

#### שאלה 4

נתונה רשת זרימה  $G(V, E)$  עם פונקציית קיבולות  $c$  ונתונה זרימה מקסימלית  $f$ . תארו אלגוריתם, יעיל ככל האפשר, שבודק האם קיימת קשת ברשת שהגדלת הקיבולות שלה מאפשרת את הגדלת הזרימה (הראו נכונות).

**הערה** – אתם יכולים להניח שהגרפים אינם מכילים לולאות עצמיות.