תרגיל 4 - אלגברה לינארית למורים

7 בדצמבר 2016

חלק ראשון של התרגיל יעסוק באילגברה של מטריצות וחלק שני במרחבים ותת מרחבים לינאריים.

שאלה 1

חשבו את $2A+3B-C$ עבור מטריצות:

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\\5&6\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\2&0\\1&-1\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}0&2\\6&5\\8&-1\end{pmatrix}$$

שאלה 2

פתור את המשוואה עבור X: $2A-X=3B$ בהנתן מטריצות

$$A=\begin{pmatrix}3&4&10\\-1&2&0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&-1&3\end{pmatrix}$$

שאלה 3

חשבו את:

א) $$\begin{pmatrix}1&3&0\\\frac{1}{2}&-1&0\\\frac{1}{2}&0&7\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&2&0\\0&-1&1\end{pmatrix}$$

ב) $$\begin{pmatrix}1&4\\2&5\\2&6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1&1\end{pmatrix}$$

ג) $$\begin{pmatrix}1\\\frac{1}{2}\\2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&1&1\\2&4&-1\\0&1&0\end{pmatrix}$$

ד) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

שאלה 4

האם התתי־קבוצות של המרחבים הוקטוריים המצויינים הם תתי מרחבים של $V = \mathbb{R}^n$ מעל שדה $\mathbb{R}$? אם כן־הוכיחו, אם לא, נמקו למה או תנו דוגמה נגדית.

א) $\left\{ \begin{pmatrix} a+b \\ b \\ a \\ 0 \end{pmatrix} | a, b \in \mathbb{R} \right\}$ כאשר $V = \mathbb{R}^4$

ב) $\left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} | a+b+c = 0 \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$ כאשר $V = \mathbb{R}^3$

ג) $\left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} | a \geq 0 \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$ כאשר $V = \mathbb{R}^3$

ד) $\left\{ \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} | \alpha, \beta \in \mathbb{R} \right\} \subseteq \mathbb{R}^3$ כאשר $V = \mathbb{R}^3$.

תרגיל 5

יהי $V = \mathbb{F}^{n \times n}$ מרחב ווקטורי מעל שדה $\mathbb{F}$ (פעולות רגילות של חיבור מטריצות וכפל בסקלר). הוכיחו כי הקבוצות הבאות הם תתי מרחבים של V:

א) מטריצות סימטריות

ב) מטריצות אלכסוניות

ג) מטריצות משולשיות עליונות