

1. נתונה מערכת המשוואות :

$$ax_1 + ax_2 - ax_3 = a$$

$$-x_1 + 4x_2 - ax_3 = 0$$

$$2x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 1$$

- a. עבור אלו ערכים של a יש למערכת אינסוף פתרונות, פתרון יחיד, או שאין פתרון.
b. כאשר למערכת יש אינסוף פתרונות אילו מהמשתנים יכולים להיות חופשיים.
c. הציגו את הפתרון הכללי.

2. נתון ש $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 9 \end{bmatrix}$

a. חשב את $\det(A)$, הדטרמיננטה של A .

b. מצא את A^{-1} .

c. בשימוש A^{-1} מצא הפתרון למערכת $Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. (אין להשתמש בדירוג למציאת הפתרון).

3. תהי $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

a. מצא את הערכים העצמיים של A ועבור כל אחד מהם מצא ווקטור עצמי עבורו.

b. מצא בסיס של וקטורים עצמיים ל- A .

c. מצא מטריצה B כך ש $B^2 = A$.

4. ענה אמת/שקר לכל סעיף. כל סעיף שווה 4 נקודות. רשום את תשובתך במחברת.

a. שני ווקטורים $v, w \in \mathbb{R}^n$, שונים מ-0, הם ניצבים אם ורק אם $w^T v = 0$.

b. עבור שתי מטריצות $A, B, n \times n$, $\det(A + B) = 0$ אם ורק אם $A = -B$.

c. לכל שתי מטריצה $A, m \times n$ ו $B, n \times p$ מתקיים של $(AB)^T = A^T B^T$.

d. נתון ש $A^{-1}B + A^2 = 0$. מתקיים ש A הפיכה אם ורק אם B הפיכה.

5. הסתכל במערכת הבאה :

$$\begin{aligned}x + y + kz &= k \\ kx + ky + z &= 1 \\ x + ky + kz &= 2\end{aligned}$$

- a. עבור אילו ערכי k למערכת הבאה : א. אין פתרון, ב. יש פתרון יחיד, ג. אינסוף פתרונות
b. במקרה ג. מצא את הפתרון הכללי.

6. תהי $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

- a. בעזרת שיטת גאוס מצא את A^{-1} .
b. בשימוש a. כתוב את A^{-1} כמכפלה של מטריצות אלמטריות.

c. בשימוש A^{-1} מצא פתרון למערכת $A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

- d. מצא את הדטרמיננטה $|A|$.

7. תהי $A = \begin{bmatrix} -6 & 7 \\ -5 & 6 \end{bmatrix}$

- a. מצא את הערכים העצמיים של A ועבור כל אחד מצא וקטור עצמי עבורו.
b. מצא לכסון $A = SDS^{-1}$ למטריצה.
c. מצא A^{101} .
d. האם ניתן לבחור S להיות מטריצה סימטרית? הסבר.

8. ענה אמת/שקר לכל סעיף. כל סעיף שווה 4 נקודות. רשום את תשובתך במחברת.

a. עבור שתי מטריצות $A, B, n \times n$, $\det(A+B)=0$ אם ורק אם $A=-B$.

b. לכל שתי מטריצה $A, m \times n$ ו $B, n \times p$ מתקיים של $(AB)^T = A^T B^T$.

c. נתון ש $0=AB+AA$. מתקיים ש A הפיכה אם ורק אם B הפיכה.

d. שני ווקטורים עצמיים עם ערכים עצמיים שונים הם בלתי תלויים ליניאריים זה לזה.

e. יהיו A, B שתי מטריצות ריבועיות. אזי $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$.

f. תהי $A \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$ (מטריצה חמש על חמש). אזי $\det(-A) = -\det(A)$.

g. תהי A מטריצה $n \times n$. נתון ש $A^2 - 2A + 1 = 0$. אזי A מטריצה, אזי 1 הוא ערך עצמי של A .