

## פונקציות מרוכבות תרגיל 2

1. חשבו את הגבולות של הסדרות הבאות (אם הם קיימים)

א. 
$$z_n = \frac{n-1}{n} + \frac{2i}{n}$$

ב. 
$$z_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-n} i$$

ג. 
$$z_n = n \sin\left(\pi n + \frac{1}{n}\right) - i \cos \pi n$$

ד. 
$$z_n = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^n$$

2. כתבו את הפונקציות הבאות כפונקציות של משתנה  $z$ , כאשר  $z = x + iy$

א. 
$$f(z) = x - \frac{x}{x^2 + y^2} + i\left(y + \frac{y}{x^2 + y^2}\right)$$

ב. 
$$f(z) = \frac{x^2 - 2x - y^2 + 1}{(x-1)^2 + y^2} - \frac{2(x-1)y}{(x-1)^2 + y^2} i$$

3. הגדירו את הפונקציה  $f(z) = \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{z-2}$

בנקודה  $z = 2$  כך שתהייה רציפה בנקודה זו.

4. מצאו את כל הנקודות בהן הפונקציות הבאות  $\mathbb{C}$ -גזירות, וכן את התחומים בהם הפונקציות אנליטיות:

א.  $f(z) = x^2 + iy^2$  ( $z = x + iy$ )

ב.  $f(z) = \bar{z}$

ג.  $f(z) = z^2 + \text{Im } z$

ד.  $f(z) = (z-1)(\text{Re } z)^2$

5. תהי  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  פונקציה  $\mathbb{C}$ -גזירה בתחום  $D$  וכן  $f(z)$  מקיימת את התנאי  $u^2(x, y) = v(x, y)$  ב- $D$ . הוכיחו כי  $f(z)$  קבועה ב- $D$ .

**בהצלחה!**