

אלגברה לינארית למורים - פתרון תרגיל 1-מרוכבים

פתרון שאלה 1

כתבו את הביטויים הבאים בצורה של $a+bi$:

$$(3-4i)(1+5i) = 3+15i-4i+20 = 23+11i \quad .1$$

$$(i-1)(2i+3) = -2+3i-2i-3 = -5+i \quad .2$$

$$\overline{(-5+6i)}(3-i) = (-5-6i)(3-i) = -15+5i-18i-6 = -21-13i \quad .3$$

$$\overline{(-5+6i)}(-5+6i) = 25+36 = 61 \quad .4$$

$$\frac{2+i}{1-i} = \frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+2i+i-1}{1+1} = \frac{1+3i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \quad .5$$

$$\frac{3-i}{4+i} = \frac{(3-i)(4-i)}{(4+i)(4-i)} = \frac{12-3i-4i-1}{16+1} = \frac{11-7i}{17} = \frac{11}{17} - \frac{7}{17}i \quad .6$$

פתרון שאלה 2

חשבו את הביטויים הבאים:

$$|1+2i| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \quad .1$$

$$|(2-i)(3+5i)| = |2-i||3+5i| = \sqrt{4+1}\sqrt{9+25} = \sqrt{5}\sqrt{34} = \sqrt{170} \quad .2$$

$$\left| \frac{1-i}{1+i} \right| = \left| \frac{(1-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} \right| = \left| \frac{1-i-i-1}{1+1} \right| = \left| \frac{-2i}{2} \right| = |-i| = \sqrt{1} = 1 \quad .3$$

שאלה 3

תחשבו את האיבר ההופכי של האיברים הבאים:

$$(2-i)^{-1} = \frac{1}{2-i} = \frac{2+i}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+i}{4+1} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i \quad .1$$

$$(3+4i)^{-1} = \frac{1}{3+4i} = \frac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{3-4i}{9+16} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i \quad .2$$

פתרון שאלה 4

פתרו את המשוואות הבאות:

$$z\bar{z} - z = 11 + 3i$$

$$z = a + bi$$

$$(a + bi)(a - bi) - (a + bi) = 11 + 3i$$

$$a^2 + b^2 - a - bi = 11 + 3i$$

$$1: a^2 + b^2 - a = 11$$

$$2: -b = 3 \Rightarrow b = -3$$

$$1: a^2 + 9 - a = 11$$

.1

$$1: a^2 - a - 2 = 0$$

$$1: (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow a = 2, a = -1$$

$$z_1 = 2 - 3i$$

$$z_2 = -1 - 3i$$

$$z^2 + z + 1 = 0$$

$$a = 1, b = 1, c = 1$$

$$z_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2}$$

$$z_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$z_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3i^2}}{2}$$

.2

$$z_{1,2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$