שאלה

צפיפות מטען:

$$"\sigma" = \frac{Q}{2\pi a l}$$

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{\frac{Q}{2\pi a l} 2\pi a h}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi r \varepsilon_0 l}$$

$$\text{גליל } \vec{E_A} = \frac{Q}{2\pi l \varepsilon_0 (a+d)} (-\hat{x})$$

$$\text{גליל } \vec{E_B} = \frac{Q}{2\pi l \varepsilon_0 (2d+a+R)} (-\hat{x})$$

תשובה סופית:

$$\vec{E_A} = \vec{E_A}\text{ גליל} + \vec{E_A}\text{ כדור}$$

$$\vec{E_B} = \vec{E_B}\text{ גליל} + \vec{E_B}\text{ כדור}$$

הרצאה 7:

$$\int \vec{E} \cdot \vec{da} = 4\pi k \int \rho \cdot dv = \frac{\int \rho\, dv}{\varepsilon_0}$$

$$div(E) = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

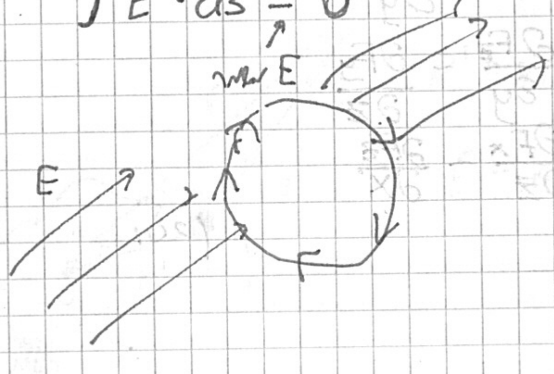
$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z}$$

$$grad(\varphi) = \frac{\partial \varphi}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\hat{z}$$

$$div(E) \equiv \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial}{\partial x}E_x + \frac{\partial}{\partial y}E_y + \frac{\partial}{\partial z}E_z$$

עכשיו נעבור לחוק מקסוול השני:

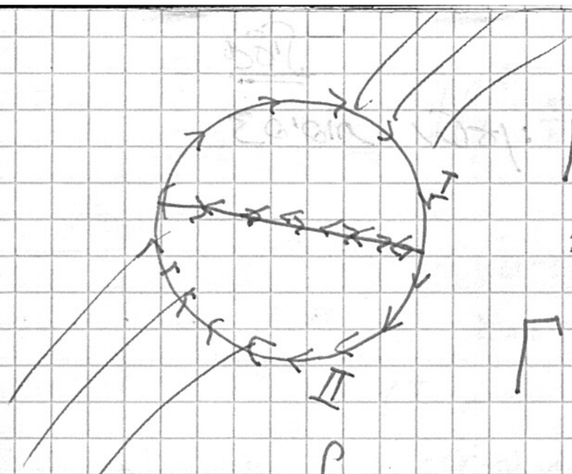
$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = 0$$



מגדיר

$$\Gamma \equiv \oint \vec{F} \cdot \vec{ds}$$

(שימו לב לFe זה אומר)
אפילו כללי יותר.



נחלק את המסלול ל-שני חלקים

$$\Gamma = \Gamma_{I} + \Gamma_{II}$$

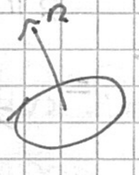
כמובן שאפשר לחלק באופן דומה

וכו'...

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i$$

$$\oint F\cdot ds = \sum_i \int F\cdot ds_i$$

נגדיר



$$rot(F) = curl(F)\cdot\hat{n} = \lim_{a\to 0} \frac{\oint F\cdot ds}{a}$$

a זה השטח שכלוא בתוך המסילה.

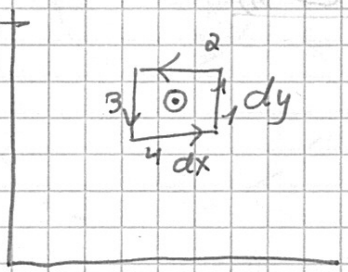
לכן במקרה שלנו E ש

$$\Gamma = \oint \vec{E}\cdot ds = 0$$

כלו'

$$curl(E) = 0.$$

מקובל: ⊙ יוצא מהלוח. ⊗ נכנס ללוח.



נחזור לכלליות

$$\Gamma = \oint F\cdot ds = \int_1 + \int_2 + \int_3 + \int_4$$

$$= F_{y_1}\cdot dy - F_{x_2} dx - F_{y_3} dy + F_{x_4}\cdot dx$$

ממוצע של ה F באופן הזה יהיה מדויק.

$$= \frac{(F_{y_1} - F_{y_3})\,dy\,dx}{dx} - \frac{(F_{x_2} - F_{x_4})\,dx\,dy}{dy}$$

$$= \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_y}{\partial y}\right)\cdot da$$

$$curl(F)_z = \lim_{a\to 0} \frac{\oint F\cdot ds}{a} = \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}$$

באופן דומה

$$curl(F)_x = \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}$$

$$curl(F)_y = \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}$$

ולכן

$$curl(F) \equiv \vec{\nabla}\times\vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\vec{z}$$

נחזור על השימושים שראינו לנגזרות החלקיות

$$-\text{grad}\,\varphi = -\nabla\varphi = E$$

$$\text{div}(E) = \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

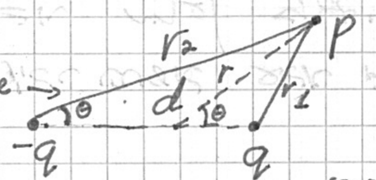
$$\text{curl}(E) = \vec{\nabla}\times\vec{E} = 0 \quad \longleftarrow \quad \text{מאלקטרוסטטיקה}$$

[illegible] **דיפול חשמלי**

$$\varphi = k\int_{\text{כל הגוף}} \frac{\rho\cdot dv}{r}$$

כאשר נסכם על גוף ככה ש $\int \rho\cdot dv = 0$

דוגמא 7.1:



שנחשב הקווים כמעט מקבילים באינסוף.

P רחוקה מאוד $r >> d$

אנחנו רוצים לחשב את הפוטנציאל ב-P

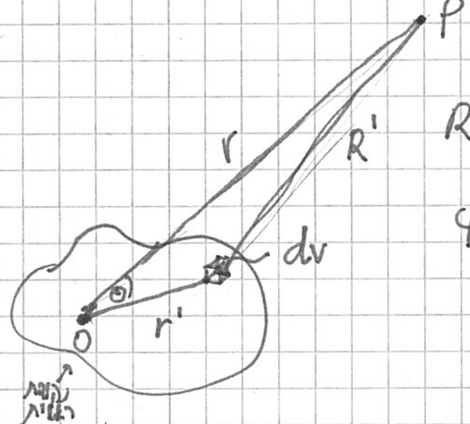
$$\varphi = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2} = kq\left(\frac{r_2 - r_1}{r_2\cdot r_1}\right)$$

נשאיף את r לאינסוף רק ש- $r_2\cdot r_1 \sim r^2$

$$r_2 - r_1 \sim d\cdot\cos\theta$$

$$\boxed{\varphi = \frac{kqd\cos\theta}{r^2}}$$

P רחוקה מהגוף



ממשפט הקוסינוסים $R' = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\theta}$

$$\varphi = k\int \rho(r')\cdot dv'\left(r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\theta\right)^{-\frac{1}{2}}$$

כמובן מגביל ש $r >> r'$

$$=k\int \rho_{(r')}\, dv' \cdot \frac{1}{r}\left[1+\left(\frac{r'}{r}\right)^2-2\left(\frac{r'}{r}\right)\cos\theta\right]^{-\frac{1}{2}}$$

נשתמש בפיתוח טיילור:

$$(1+\delta)^{-\frac{1}{2}}\approx 1-\frac{1}{2}\delta+\frac{3}{8}\delta^2+\dots$$

לכן

$$\delta=\left[\left(\frac{r'}{r}\right)^2-2\,\frac{r'}{r}\cos\theta'\right]$$

ולכן

$$\varphi=k\int\frac{\rho_{(r')}\cdot dv'}{r}\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{r'}{r}\right)^2+\frac{r'}{r}\cos\theta'+\frac{3}{2}\left(\frac{r'}{r}\cos\theta'\right)^2+\dots\right]$$

$$\Downarrow$$

$$\varphi=k\cdot\int\frac{\rho_{(r')}\cdot dv'}{r}+k\int\frac{\rho_{(r')}\cdot dv'\, r'}{r^2}+k\int\frac{\rho_{(r')}\, dv'\, r'^2}{r^3}\left[\frac{3}{2}\cos^2\theta'-\frac{1}{2}\right]+\dots$$

$$=\underbrace{k\cdot\frac{Q}{r}}_{k_0}+\underbrace{\frac{k}{r^2}\int\rho_{(r')}\, dv'\, r'\cos\theta'}_{k_1}$$

איבר ראשון k_0

מומנט המונופול.

מומנט הדיפול

k_0 עבור מטען בודד.

k_1 האיבר החשוב עבור גוף ניטרלי.

התשיל:

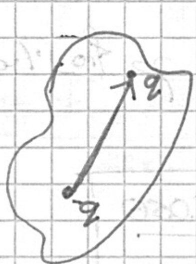
$k_0=$ מומנט מונופול.

$k_1=$ מומנט הדיפול.

$k_2=$ מומנט פוקרופול.

ווקטור הדיפול:

$$\vec{P}=\int\vec{r'}\cdot\rho_{(r')}\cdot dv'$$



$$\varphi=k\cdot\frac{\vec{P}\cdot\hat{r}}{r^2}$$