

תרגיל 14 – מתמטיקה לכימאים ג'

התרגיל אינו להגשה

1. ענו על הסעיפים הבאים:

1.1. מצאו את טור פורייה של הפונקציה $f(x) = x$ בקטע $[-\pi, \pi]$.

1.2. לאיזה ערך מספרי הטור מתכנס עבור ערכי x הבאים?

1.2.1. $x = 0$

1.2.2. $x = \pi$

1.2.3. $x = 6.7\pi$

1.2.4. $x = -101.2\pi$

2. ענו על הסעיפים הבאים:

2.1. מצאו את טור פורייה של הפונקציה $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x \leq 0 \\ 1 & 0 < x < \pi \end{cases}$

2.2. השתמשו בשוויון פרסבל לחישוב $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$.

3. תהי $f(x) = 1$ המוגדרת בקטע $(0, \pi)$. ענו על הסעיפים הבאים:

3.1. מצאו את ההרחבה האי זוגית של $f(x)$ לקטע $(-\pi, \pi)$.

3.2. מצאו את טור פורייה של ההרחבה האי זוגית.

3.3. השתמשו בשוויון פרסבל לחישוב $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$.

4. מצאו את טור פורייה של ההרחבה הזוגית של הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq h \\ 0, & h < x < \pi \end{cases}$$

כאשר $0 < h < \pi$ הוא קבוע ממשי כלשהו.

5. פתרו את משוואות הגלים

$$\begin{cases} u_{tt} = \frac{1}{\pi^2} u_{xx} & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & t > 0 \\ u(x, 0) = x^2 + 1 & 0 < x < 1 \\ u_t(x, 0) = 0 & 0 < x < 1 \end{cases}$$

6. פתרו את משוואות הגלים

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 & t > 0 \\ u(x, 0) = x + 1 & 0 < x < 1 \\ u_t(x, 0) = 2 & 0 < x < 1 \end{cases}$$

7. פתרו את משוואת החום

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0 & t > 0 \\ u(x,0) = x & 0 < x < \pi \end{cases}$$

8. פתרו את משוואת החום

$$\begin{cases} u_t = 2u_{xx} & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 & t > 0 \\ u(x,0) = 5 & 0 < x < 1 \end{cases}$$

בהצלחה! ☺