

גאומטריה דיפרנציאלית – שאלות לדוגמא

1. סווגו את התבניות הריבועיות הבאות:

א. $3x^2 + 4xy + 2y^2 = 1$

ב. $3x^2 + 8xy + y^2 = 1$

ג. $-2x^2 - y^2 - 2z^2 + xz = 1$

2. נתונה העקומה $\gamma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ $\gamma(t) = (2e^{-t/2} \cos t, 2e^{-t/2} \sin t)$.

א. מצאו פרמטריזציה במהירות יחידה עבור העקומה.

ב. חשבו את אורך העקומה בטווח הפרמטר $0 \leq t \leq 4\pi$.

ג. חשבו את עקמומיות העקומה.

3. מצאו את העקמומיות והפיתול של העקומה המוגדרת כחיתוך בין הספירה $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ והמישור $x + y + z = 1$.

4. נתבונן בפרבולה $x = z^2 + \frac{1}{4}$ במישור $[xz]$. יהי $M \subset \mathbb{R}^3$ משטח הסיבוב של עקומה זו, הנוצר ע"י סיבוב הפרבולה סביב ציר ה- z .

א. מצאו פרמטריזציה של הפרבולה

ב. מצאו פרמטריזציה של M

ג. מצאו את היחס $\frac{\kappa_1}{\kappa_2}$ של ערכי העקמומיות הראשיים של M ($\kappa_1 \geq \kappa_2$)