

# פתרון תרגיל בית 20 – לוגיקה 2014

## תרגיל 1

נוכיח בשיטת ההרחבה שהטיעונים הבאים אינם תקפים.

בכל אחד מהסעיפים אנו מתבוננים בתחום דיון בעל שני אובייקטים  $D = \{a, b\}$ .

$$\begin{array}{l} 1. \exists x(Ax \wedge Bx) \\ 2. \exists x(Bx \wedge Cx) \quad / \therefore \exists x(Ax \wedge Cx) \end{array} \quad \text{א.}$$

הטיעון המורחב הוא:

$$\begin{array}{l} 1. (Aa \wedge Ba) \vee (Ab \wedge Bb) \\ 2. (Ba \wedge Ca) \vee (Bb \wedge Cb) \quad / \therefore (Aa \wedge Ca) \vee (Ab \wedge Cb) \end{array}$$

ערכי האמת עבורם הטיעון אינו תקף:

$Aa$	$Ab$	$Ba$	$Bb$	$Ca$	$Cb$
F	T	T	T	T	F

$$\begin{array}{l} 1. \forall x(Ax \rightarrow Bx) \\ 2. \exists x \neg Ax \quad / \therefore \exists x \neg Bx \end{array} \quad \text{ב.}$$

הטיעון המורחב הוא:

$$\begin{array}{l} 1. (Aa \rightarrow Ba) \wedge (Ab \rightarrow Bb) \\ 2. \neg Aa \vee \neg Ab \quad / \therefore \neg Ba \vee \neg Bb \end{array}$$

ערכי האמת עבורם הטיעון אינו תקף:

$Aa$	$Ab$	$Ba$	$Bb$
F	T	T	T

$$\begin{array}{l} 1. \forall x((Px \wedge Qx) \rightarrow Rx) \\ 2. \exists x(Qx \wedge \neg Rx) \quad / \therefore \forall x(\neg Px \wedge \neg Qx) \end{array} \quad \text{ג.}$$

הטיעון המורחב הוא:

1.  $((Pa \wedge Qa) \rightarrow Ra) \wedge ((Pb \wedge Qb) \rightarrow Rb)$
  2.  $(Qa \wedge \neg Ra) \vee (Qb \wedge \neg Rb) \quad \therefore (\neg Pa \wedge \neg Qa) \wedge (\neg Pb \wedge \neg Qb)$
- ערכי האמת עבורם הטיעון אינו תקף:

$Pa$	$Pb$	$Qa$	$Qb$	$Ra$	$Rb$
T	F	T	T	T	F

## תרגיל 2

מילון:

$x - Bx$ הוא משעמם	$x - Sx$ הוא סטודנט
$x - Kxy$ יודע את $y$	$x - Gx$ הוא סטודנט טוב
$x - Pxy$ עובר את $y$	$x - Cx$ הוא קורס
$x - Nxy$ ניגש ל- $y$	$x - Qx$ הוא בוחן
$x - Txy$ לוקח את $y$	$x - Ex$ הוא מבחן
$-m$ מרי	$x - Mx$ הוא מתקדם
$-a$ עדי	$x - Dx$ הוא קשה

הצרינו את הטענות הבאות תוך שימוש במילון הנ"ל:

**א.** עדי יודעת הכל

[לכל  $x$ , עדי יודעת את  $x$ .]

$$\forall x Kax$$

**ב.** עדי עוברת כל קורס שהיא לוקחת

[לכל  $x$  אם  $x$  הוא קורס וגם עדי לוקחת את  $x$  אזי עדי עוברת את  $x$ .]

$$\forall x ((Cx \wedge Tax) \rightarrow Pax)$$

**ג.** למרות שמרי יודעת הכל, יש בחנים שהיא לא עוברת

[שימו לב למילה "למרות"! למעשה, זה מה שהפסוק אומר: מרי יודעת

הכל וגם יש בחנים שהיא לא עוברת.

לכל  $x$  מרי יודעת את  $x$  וגם קיים  $y$  כך ש- $y$  בוחן גם מרי לא עוברת

את  $y$ .]

$$\forall x Kmx \wedge \exists y (By \wedge \neg Pmy)$$

**ד.** כל הסטודנטים המתקדמים הם סטודנטים טובים

$$\forall x ((Sx \wedge Mx) \rightarrow Gx)$$

**ה.** רק המבחנים המתקדמים הם קשים

[שימו לב למילה "רק"! הפסוק למעשה טוען: כל המבחנים הקשים הם מתקדמים.]

$$\forall x((Ex \wedge Dx) \rightarrow Mx)$$

**1.** מרי ניגשת רק למבחנים קשים

[כלומר: אם מרי ניגשת למבחן כלשהו, אז המבחן הזה קשה.]

לכל  $x$  אם  $x$  מבחן וגם מרי ניגשת ל- $x$  אזי  $x$  קשה.]

$$\forall x((Ex \wedge Nmx) \rightarrow Dx)$$

**2.** אם אין קורסים משעממים אז אין קורסים קשים

[אם לא קיים  $x$  כך ש- $x$  הוא קורס וגם  $x$  הוא משעמם, אזי לא קיים  $y$

כך ש- $y$  הוא קורס וגם  $y$  קשה.]

$$\neg \exists x(Cx \wedge Bx) \rightarrow \neg \exists y(Cy \wedge Dy)$$

ולאחר הפעלת כללי שלילת הכמתים נקבל (אם רוצים, לא חובה):

$$\forall x(Cx \rightarrow \neg Bx) \rightarrow \forall y(Cy \rightarrow \neg Dy)$$