$$\frac{4}{121}\left(e^{4}-e^{-2}\right) \le \int_{-2}^{4} \frac{e^{x}}{(5-x)(6+x)}\,dx \le \frac{1}{10}\left(e^{4}-e^{-2}\right)$$ (XI א) 5

$$g(= \frac{1}{(5-x)(6+x)}$$

$$g'(x) = \frac{2x+1}{\dots} = 0$$

$$x = -0.5$$

נק' חשודות:

$x =$	-2	-0.5	4
$g(x) =$	$\frac{1}{28}$	$\frac{4}{121}$	$\frac{1}{10}$

$$\Leftarrow \quad e^{x}\frac{4}{121} \le \underbrace{e^{x}g(x)}_{f(x)} \le \frac{1}{10}e^{x} \quad / e^{x} > 0 \qquad \text{לכל } x\in[-2,4]$$

$$\frac{4}{121}e^{x}\Big]_{-2}^{4} = \int_{-2}^{4} e^{x}\cdot\frac{4}{121} \le \int_{-2}^{4} e^{x}\cdot g(x) \le \int_{-2}^{4} e^{x}\cdot\frac{1}{10} = \frac{1}{10}\left(e^{x}\right]_{-2}^{4}$$

$h(x), g(x)$ אינטגרביליות בקטע $[a,b]$

והפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in Q \\ h(x) & x \notin Q \end{cases}$$

אינטגרבילית רימן בקטע $[a,b]$.

א. הוכיחו

$$\int_a^b g(x)\,dx = \int_a^b h(x)\,dx$$

הוכחה: ניקח סכום רימן עם ξ נק' דגימה רציונלי

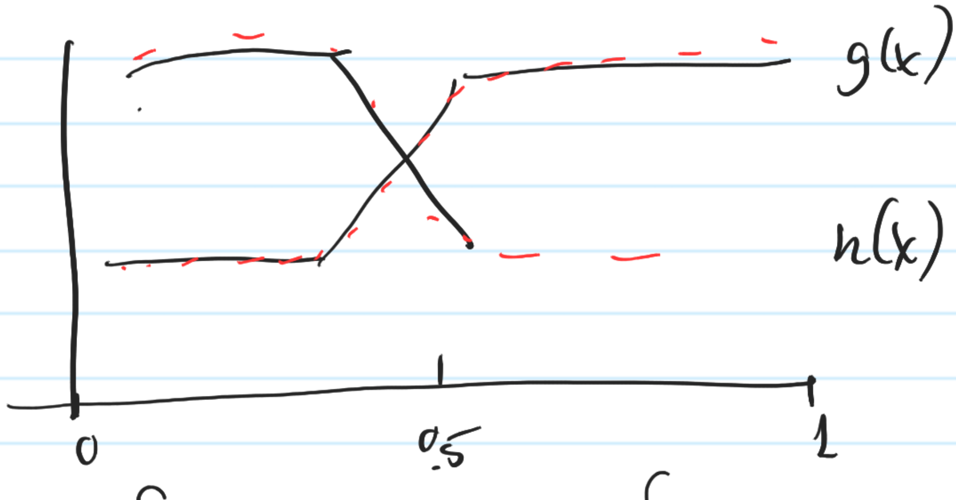
אזי $\int g(x)dx \leftarrow S(f,T_n) \to \int_a^b f(x)dx$

בדומה, ניקח את אותה סדרת חלוקה עם נק' דגימה אי - רציונלי אזי

$\int_a^b h(x)dx \leftarrow S(f,T_n) \to \int_a^b f(x)dx$

?. נניח כעת h,g רציפים הבאים ס'

$h(x)=g(x)$ לכל $x\in[a,b]$



מסקנה: אינטגרבילית רימן $\Longleftrightarrow$ f חסומה ורציפה

פרט למספר סופי (מידה 0) של נק'

$\int_a^b q(x)=0 \Leftarrow q(x)=g(x)-h(x)$

נניח ש $g \neq h$ אז יש נק' x_0

כך ש $g(x_0) \neq h(x_0)$

ולכן יש $\varepsilon>0$ כך ש בקטע $[x_0-\varepsilon, x_0+\varepsilon]$

בה"כ: $h>g$. אז $\int_{x_0-\varepsilon}^{x_0+\varepsilon} g < \int f$

בסתירה לכך שלפי סעיף א $\int_{x_0-\varepsilon}^{x_0+\varepsilon} g = \int f = \int h$

$$\int \frac{x^4+x+1}{(x+1)(x^2+x+1)}\,dx =$$

$$= \left(\int (x-2)\,dx\right) + \int \frac{2x^2+4x+3}{(x+1)(x^2+x+1)}\,dx$$

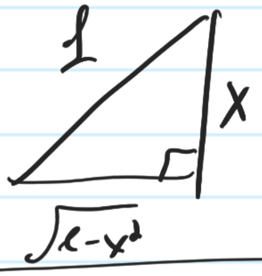
$$\int \frac{3x^2+4x+2+1-x^2}{(x+1)(x^2+x+1)} =$$

$$\frac{1-x}{x^2+x+1} = \frac{-2(1-x)}{-2(\cdot\cdot)} = \frac{1}{-2}\int \frac{-2+2x}{x^2+x+1}$$

$$= \frac{1}{-2}\,\frac{2x+1}{\cdots} - \frac{3}{-2}\int \frac{1}{x^2+x+1}$$

סליחה על הבלגן ☹

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx$$



$$F(t)=\int_a^t f(x)\,dx$$