תרגיל ($Tile5$)

נתבונן בגרסא של בעיית הריצוף שבה, בנוסף לדרישות הרגילות, דורשים שכל צבע שעל קב' האריחים יופיע אינסוף פעמים.
האם השפה כריעה? ניתנת לזיהוי? הוכח.

פתרון

נוכיח שהשפה לא ניתנת לזיהוי ברדוקציה מ$Tile$.

$$(A, A_0) \in Tile \Leftrightarrow (T, t_0) \in Tile5$$

הבנייה

ראשית $A \supseteq T$. נסמן את צבעי A ב$1, \ldots \Gamma$. ניצור אריח לוגו חדש $t_0 = \boxed{\begin{array}{ccc} & \# & \\ \# & & 1 \\ & * & \end{array}}$ (#,* סימנים שלא היו קיימים). בנוסף, אם $a_0 = \boxed{\begin{array}{ccc} & c_1 & \\ c_4 & & c_2 \\ & c_3 & \end{array}}$ ניצור אריח חדש $t_1 = \boxed{\begin{array}{ccc} & c_1 & \\ c_4 & & c_2 \\ & \# & \end{array}}$. וכעת, לכל $1 \leq \gamma \leq r - 1$ ולכל סימן c בA ניצור אריח $t_\gamma^c = \boxed{\begin{array}{ccc} & c & \\ \gamma & & \gamma + 1 \\ & * & \end{array}}$. ולבסוף ניצור אריח $t_\#^c = \boxed{\begin{array}{ccc} & c & \\ \Gamma & & \# \\ & * & \end{array}}$.
מובן שהבנייה חישובית.

נכונות

$\Rightarrow$ תרגיל.

$\Leftarrow$ נניח $(t, T_0) \in Tile5$, כלומר קיים ריצוף כשר לחצי המישור בעזרת T עם t_0 בראשית, (וכל סימן מופיע אינסוף פעמים[1]) בהכרח בנק' $(0, 1)$ מופיע t_1. בשורה $y = 1$ יכולים להופיע רק אריחים מA או t_1. בשורות $y \geq 2$ יכולים להופיע רק אריחי A.
כעת, ניתן להסתכל על ריצוף זהה ש"מורד" בשורה אחת. ריצוף זה בנוי רק מאריחי A ומהאריח t_1(שמופיע בפרט ב$(0, 0)$ ואולי בעוד מקומות בשורה התחתונה).
כעת נחליף את t_1 בa_0 ונקבל ריצוף כשר בחצי המישור בעזרת A עם a_0 בראשית.

$$(A, a_0) \in Tile$$

[1] לא צריך להגיד את זה - זה נובע ישירות מכך שהריצוף כשר.

תרגיל

תהי השפה $W_{SPC}=\{(\langle M\rangle,w)\}$ כאשר M מ"ט במודל B שבמהלך הריצה $M(w)$ כותבת את תו הרווח.

האם השפה כריעה וכו'.

פתרון

השפה ניתנת לזיהוי(פשוט מריצים עד שמקבלים רווח או עד שM עוצרת).

ננסה להראות רדוקציה מA_{TM}

$$(\langle M'\rangle,w')\in A_{TM}\Leftrightarrow(\langle M\rangle,w)\in W_{SPC}$$

הבנייה

- נחליף כל מעבר מהצורה $(q_i,a)\rightarrow q_{acc}$ במעבר $(q_i,\_)\rightarrow(q_i,a)$.
- בנוסף יש לדאוג שM(החדשה) לא תכתוב _ בשום מקום אחר:
  - כל מעבר מהצורה $(q_i,a)\rightarrow(q_j,\_)$ נחליף במעבר $(q_i,a)\rightarrow(q_j,*)$(* סימן חדש).
  - עבור כל מעבר $(q_i,\_)\rightarrow(q_j,x)$ נוסיף מעבר $(q_i,*)\rightarrow(q_j,x)$(בלי לבטל את הקודם)
- כל שאר פרטי M זהים לM'.
- לבסוף נקבע $w-w'$

מובן שהבנייה חישובית.

נכונות - בבית