מבנים דיסקרטיים – תרגיל 10

שאלה 1

יהי $\Sigma = \{a, b\}$ א"ב ותהי $L = \{aba, ab\}^*$ (L היא שפת כל המילים שניתן להרכיב מהמילים aba ו-ab).

א. בנו אסל"ד (ללא מסעי ϵ) עם שלושה מצבים המקבל את L והוכיחו כי הוא אכן מקבל אותה.
ב. בנו אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את שפת המילים <u>שאינן ב-L</u> (נמקו <u>בקצרה</u> מדוע הבנייה שלכם נכונה).

שאלה 2

תזכורת: עבור שפות L_1, L_2 מגדירים $L_1L_2 = \{w_1w_2 \mid w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$ ומגדירים את L_1^* להיות שפת המילים שניתן להרכיב ממילים ב-L_1. יהי $\Sigma = \{a, b\}$. בנו אוטומטים לא דטרמיניסטיים עם מסעי ϵ המקבלים את השפות הבאות:

א. $(\{ab\}^*\{abb\}^*)^*$
ב. $(\{aa\}^* \cup \{ba\}^*)\{ab, b\}$

שאלה 3

למת הניפוח היא כלי להראות ששפות אינן רגולריות. (<u>ניתן להשתמש בה במבחן</u>).

למת הניפוח: יהי Σ א"ב. אם עבור שפה $L \subseteq \Sigma^*$ קיים אוטומט עם n מצבים, אזי לכל $w \in L$ עם אורך n או יותר קיימות 3 מילים $x, y, z \in \Sigma^*$ כך ש-

1. $w = xyz$
2. $y \neq \epsilon$ והאורך של xy הוא n או פחות מכך.
3. לכל $k \in \{0\} \cup \mathbb{N}$ המילה xy^kz גם נמצאת ב-L.

איך משתמשים בה כדי להראות ששפה L היא לא רגולרית: מניחים בשלילה שיש אוטומט עם n מצבים המקבל את L ומראים כי קיימת מילה $w \in L$ (<u>באורך n או יותר</u>) <u>שאינה</u> מקיימת את תנאי למת הניפוח. כלומר, לכל פירוק $w = xyz$ המקיים את 2, קיים $k \in \{0\} \cup \mathbb{N}$ כך ש-$xy^kz \notin L$ (כלומר 3 לא מתקיים).

יהי $\Sigma = \{a, b\}$. הוכיחו בעזרת למת הניפוח או בכל דרך אחרת כי השפות הבאות אינן רגולריות:

א. $\{a^nb^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
ב. $\{a^nba^n \mid n \in \mathbb{N}\}$