

## אנליזה מתקדמת למורים, תרגיל 5

21 בדצמבר 2019

1. בדקו האם הפונקציות הבאות גזירות, ואם כן מצאו את הנגזרת:

$$f(x + yi) = \cos x \cos y + \sin x \sin yi \quad (\text{א})$$

$$f(x + yi) = xy + \frac{y^2 - x^2}{2}i \quad (\text{ב})$$

$$f(z) = z\bar{z} \quad (\text{ג})$$

$$f(x + yi) = e^y \operatorname{cis} x \quad (\text{ד})$$

$$f(x + yi) = e^{xy} \operatorname{cis}(xy) \quad (\text{ה})$$

$$f(x + yi) = \sin x \cos y + (\cos x \sin y)i \quad (\text{ו})$$

$$f(z) = (5 - i)z^3 - iz^5 + 6z^8 \quad (\text{ז})$$

2. תהי  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  פונקציה גזירה. כידוע, יש  $U, V : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  כך ש-

$$f(x + yi) = U(x, y) + V(x, y)i$$

הוכיחו שאם  $V$  פונקציה קבועה אז  $f$  קבועה גם (במילים: אם החלק המדומה של  $f$  קבוע, אז  $f$  קבועה).

הדרכה: השתמשו בכך שאם  $f$  גזירה אז מתקיימות משוואות קושי-רימן, והוכיחו שגם  $U$  קבועה, והסיקו שלכן  $f$  קבועה.

בהצלחה!