

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^2}{n^n} \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x^2)}{x} \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^{10}) e^{\sin(7x)}}{(1 - \cos(5x))^5} \quad \text{א.}$$

$$2. \text{ נביט בפונקציה } f(x) = \begin{cases} e^x & x \geq 0 \\ \frac{\sin(x)}{x} + ax & x < 0 \end{cases}$$

א. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  רציפה ב  $x=0$  ?

ב. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  גזירה ב  $x=0$  ? מהי  $f'(0)$  במקרים אלה?

3. חשבו את הגבולות של שתי הסדרות הבאות, הנתונות על ידי כללי נסיגה:

$$\text{א. } a_1 > 0, \text{ כאשר } a_{n+1} = a_n \cdot e^{a_n}$$

$$\text{ב. } a_1 > 0, \text{ כאשר } a_{n+1} = a_n \cdot e^{-a_n}$$

4.

$$\text{א. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה } e^x - x = 1$$

$$\text{ב. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה } e^x = x + \frac{x^2}{2}$$

5. תהי פונקציה  $f$  הגזירה בכל הממשיים.

א. הוכיחו שאם  $f$  פונקציה עולה וגם  $f > 1$  בכל הממשיים, אזי  $f + \frac{1}{f}$  עולה.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם  $f$  פונקציה עולה, אזי גם  $f^2$  פונקציה עולה.