

תהי $p \notin \mathbb{R}$ ויהי $X = \{p\} \cup \mathbb{R}$, תהי $\tau = \{O \subseteq X : p \notin O \vee |O^c| \leq \aleph_0\}$. הוכחנו בתרגול ש (X, τ) מ"ט שאינו מטריזבילי. בארי הוכיח בדרך אחרת מזו שהוצגה בכיתה שהמרחב אינו מטריזבילי.

הוכחה: נניח בשלילה שהמרחב מטריזבילי. אחת התכונות במ"מ שראינו באחד התרגולים היא שכל קבוצה סגורה ניתנת להצגה כחיתוך בן מניה של קבוצות פתוחות. $\{p\}$ סגורה (שכן המשלים קבוצה פתוחה מהגדרה). מהנחת השלילה ומהתכונה שציינו נקבל ש $\{p\} = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} O_n$ כאשר O_n פתוחה לכל

$n \in \mathbb{N}$. מכיון ש $\{p\} = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} O_n$ בהכרח $p \in O_n$ לכל n ומצד שני כאמור O_n פתוחה לכל n .

מהגדרת הטופולוגיה נקבל שבהכרח $\forall n |O_n^c| \leq \aleph_0$.

$\{p\} = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} O_n$ ולכן אם נעבור למשלים (ב X) נקבל $\mathbb{R} = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} O_n^c$. אבל איחוד בן מניה של קבוצות

בנות מניה הוא בן מניה. (זכרו ש $\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$) נקבל ש \mathbb{R} בן מניה וזו כמובן סתירה להנחה.