

מתמטיקה בדידה - קומבינטוריקה

1. בהנתן אלפבית בעל 22 אותיות שונות, (האלפבית העברי) בכמה דרכים ניתן לבחור:

(א) מילה באורך 11.

(ב) מילה באורך 11 המכילה את האות א'.

(ג) מילה באורך 7 או מילה באורך 8.

(ד) לכל ערך של $k \in \mathbb{N}$, מילה שאורכה קטן מ k .

2. נתונה חפיסת קלפים רגילה (בת 52 קלפים). בכמה דרכים שונות ניתן לבחור מן החפיסה 5 קלפים כך ש:

(א) בחרנו ארבעה מלכים?

(ב) בחרנו שני מלכים ולפחות שתי מלכות?

(ג) בחרנו בדיוק שני מלכים, שתי מלכות ואס אחד?

(ד) בכמה אופנים ניתן לבחור שני זוגות שונים (זוג הינם שני קלפים בעלי אותו המספר או התמונה, למשל שני נסיכים) וקלף חמישי השונה במספרו מהקלפים בזוגות?

(ה) בכמה אופנים ניתן לבחור רצף של חמישה קלפים עוקבים מאותו צורה (מבין $\clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit$), כאשר אס יכול לבוא לפני 2 או אחרי מלך, אך "מלך, אס, 2" לא נחשב רצף של קלפים עוקבים.

3. כמה מילים בנות 9 אותיות, שבהן a, b מופיעות 3 פעמים כל אחת, ניתן לרשום ע"י שימוש באותיות a, b, c, d, e . בכמה מהן האותיות c, d סמוכות?

4. בכמה דרכים ניתן להגיע מראשית הצירים לנקודה (m, n) ברביע הראשון, כאשר בכל שלב ניתן להתקדם צעד אחד מזרחה או צעד אחד צפונה?

5. בכיתה מסויימת לומדים 7 בנים ו 3 בנות. בכמה דרכים ניתן לסדרם בשורה כך ש:

(א) כל הבנות סמוכות. (אין בנים ביניהן)?

(ב) אין בנות סמוכות וגם אין בנות בקצוות?

(ג) כיצד תשתנה התשובה ל (א) ול (ב) אם במקום בנים ובנות יהיו לנו 7 כדורים לבנים, ו 3 שחורים?

6. (א) בכמה מהמספרים השלמים בקטע $[3,000, 8,000]$ כל הספרות שונות?

(ב) בכמה מהמספרים הזוגיים בקטע $[20,000, 30,000]$ כל הספרות שונות?

7. (א) חשבו את מספר המחלקים של 980,000.

(ב) חשבו את מספר המחלקים המשותפים של 20^{30} ו- 10^{40} .

8. בכמה מהמספרים בעלי 7 ספרות, כל ספרה המופיעה במספר מופיעה לפחות 3 פעמים?