

## דף תרגילים 2

גיאומטריה ווקטורית ב  $\mathbb{R}^3$ :

1. יהיו  $c = (6, 1, -4)$ ,  $b = (0, 4, 0.5)$ ,  $a = (2, 3, -1)$ 
  - א. חשב את הזווית בין  $a$  ו  $b$
  - ב. חשב את שטח של המקבילית הנוצרת ע"י  $c$  ו  $b$ .
  - ג. הראה ש  $a, b, c$  נמצאים באותו המישור.
2. יהיו  $a, b, c, d$  ווקטורים ב- $\mathbb{R}^3$ . הוכיחו את הזהויות הבאות:
  - א.  $a \times (b \times c) = \langle a, c \rangle b - \langle a, b \rangle c$
  - ב.  $\langle a \times b, c \times d \rangle = \langle a, c \rangle \langle b, d \rangle - \langle a, d \rangle \langle b, c \rangle$
3. יהיו  $a, b$  שני ווקטורים אורתונורמליים ב- $\mathbb{R}^3$ . הראה ש:
  - א. הווקטורים  $a, b, a \times b$  מהווים בסיס אורתונורמלי ב- $\mathbb{R}^3$
  - ב.  $(a \times b) \times b = -a$ ,  $(a \times b) \times a = b$  והסבר את המשמעות הגיאומטרית.
4. יהיו  $l_1$  ו- $l_2$  שני ישרים במרחב  $\mathbb{R}^3$  שאינם מקבילים.  $v_1$  ווקטור שכיוונו ככיוון הישר  $l_1$  ו- $v_2$  ווקטור שכיוונו ככיוון הישר  $l_2$ .  $a_1$  נקודה שנמצאת על הישר  $l_1$  ו- $a_2$  נקודה שנמצאת על הישר  $l_2$ . הראה שהמרחק בין שני הישרים מתקבל ע"י הנוסחה:
$$d = \frac{|(a_1 - a_2, v_1 \times v_2)|}{|v_1 \times v_2|}$$
תזכורת: מרחק בין שני ישרים מצטלבים במרחב מוגדר להיות המרחק בין הישר הראשון למישור שמכיל את הישר השני ומקביל לישר הראשון.

### סכומי איינשטיין

5. כתוב בצורה מלאה את הסכום הנתון בסימון איינשטיין:  $i, j \in \{1, 2, 3\}$ 
  - א.  $a_j^i b_k^j c_s^k$
  - ב.  $a_{ij} x^i x^j$
  - ג.  $\delta_{ij} a^{ij}$
6. תהיינה  $A, B$  מטריצות ריבועיות, הוכח, בעזרת סימוני הסכימה של איינשטיין  $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$
7. הוכח שפעולת כפל מטריצות הינה דסטרבייטיבית (סמן בסכימת איינשטיין)
8. תהיי  $\delta_j^i$  פונקצית דלתא של קרונקר  $i, j = 1, 2, \dots, n$  הערך את הביטוי  $\delta_j^i \delta_k^j \delta_i^k$  (הנתון בסימוני איינשטיין).