

תרגיל 4 אינפי 4

18 באפריל 2017

תרגיל 1. עבור התבנית הבאה קבעו אם היא סגורה והאם היא מדוייקת בכל \mathbb{R}^3 . אם היא מדוייקת מצאו לה פונקציית פוטנציאל.

$$\omega = (y^2 + 2xz^2)dx + (2xy + 3y^2z^3)dy + (2x^2z + 3y^3z^2)dz$$

תרגיל 2.

1. תהי D קבוצה סגורה חסומה וקשירה ב \mathbb{R}^2 ששפתה היא עקומה חלקה למקוטעין. הוכיחו כי השטח של D שווה ל

$$\int_{\partial D} x dy$$

כאשר המסילה ∂D מכוונת נגד כיוון השעון.

2. נסמן ב P את המצולע שקודקודיו (לפי הסדר) הם:

$$(0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)$$

השתמשו בסעיף א' כדי לחשב את שטח המצולע.

תרגיל 3. חשבו את האינטגרל

$$\int_{\Gamma} P(x, y)dx + Q(x, y)dy$$

עבור המקרים הבאים:

$$1. P = x^2(y + 1) \quad Q = -xy^2$$

$$\Gamma = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

$$2. P = x^2(y + 1) \quad Q = -xy^2$$

$$\Gamma = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1, \quad y \geq 0\}$$

$$3. P = x(x + y)^2 + e^{-x^3}, \quad Q = e^{-(x-y)^3}$$

$$\Gamma = \{(x, y) \mid |x| + |y| = 2\}$$

הדרכה: בצעו החלפת משתנים $z = x + y$ ו $w = x - y$.

$$P = -y + \cos x \quad Q = x \quad .4$$

$$\Gamma = \{(x, y) \mid x^2 + 3y^2 + 2xy = 1\}$$

תרגיל 4. הוכיחו כי עבור $a > b$, השטח של (פנים) הציקלואידה

$$(ax)^{\frac{2}{3}} + (by)^{\frac{2}{3}} \leq (a^2 - b^2)^{\frac{2}{3}}$$

הוא

$$\frac{3\pi(a^2 - b^2)^2}{8ab}$$

הדרכה: הסבירו קודם מדוע

$$x = \frac{a^2 - b^2}{a} \cos^3 t \quad y = \frac{a^2 - b^2}{b} \sin^3 t$$

עבור $t \in [0, 2\pi]$ היא פרמטריזציה של הציקלואידה המדוברת.