לינארית 2 - מטלה 9 -מרחב מכפלה פנימית

תאריך הגשה: $18 - 20.6.2018$

הנחיות:
בראש הדף הראשון ציינו את הפרטים הבאים:

1. **מספר תרגיל**
2. **שם מלא**
3. **ת.ז**
4. **מספר קבוצת תרגול שאליה אתם מגיעים.**

תרגיל 1.

1. הוכיחו ש-$\langle A,B\rangle = tr\left(AB^t\right)$ היא מכפלה פנימית מעל $V=\mathbb{R}^{n\times n}$ (רשות)
2. הוכיחו ש-$\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \right\rangle = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i y_i$ עבור $\alpha_i > 0$ היא מכפלה פנימית מעל $V=\mathbb{R}^n$

תרגיל 2. הוכיחו שמתקיים $\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$.
שוויון זה נקרא כלל המקבילית כי מבחינה גאומטרית הוא הקובע שבמקבילית סכום ריבועי ארבע צלעות שווה לסכום ריבועי האלכסונים.

תרגיל 3.

1. צטטו את אי-שוויון קושי-שוורץ.
2. יהיו $x_1,...,x_n \in \mathbb{R}$ מספרים ממשים, הוכיחו את אי-השוויון

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq \sqrt{n}\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

תרגיל 4. יהיו $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ו- $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

1. הוכיחו שאוסף כל הווקטורים ב-$\mathbb{R}^4$ האורתוגונלים לשני הווקטורים האלו הוא תתי מרחב של $\mathbb{R}^4$.
2. מצאו בסיס לתת מרחב הזה.

תרגיל 5. הפוך את $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ לבסיס אורתונורמלי ל-$\mathbb{R}^3$

תרגיל 6. יהיה V ממ"פ, ו-$S = \{v_1, \ldots, v_n\}$ בסיס לת"מ W הוכיחו ש-$W^\perp = S^\perp$.

בהצלחה!!