

## Fourier Transform

יש לנו פונקציה  $s = \sin x$ . לפונקציית סינוס יש 3 תכונות:

$f$  המחזור שלה הוא  $2\pi$  - כלומר  $s(x + 2\pi) = s(x)$ . אם במקום זה היינו כותבים  $s = \sin(2\pi x)$  המחזור היה 1. עבור  $s = \sin(2\pi \cdot 10x)$  המחזורים עד שהיא מגיעה ל1. לכמות המחזורים ביחידה קוראים תדר ומסמנים  $f$ . פונקציית סינוס בתדר  $f$  היא  $s = \sin(2\pi f x)$ . אנחנו מכירים את התדר משמיעה - בן אדם שומע בין 400 מחזורים בשניה ל20,000 מחזורים בשניה. גם בחשמל - זרם AC עושה 50 מחזורים בשנייה<sup>1</sup>. יחידת המידה של תדר היא הרץ - שזה  $\frac{1}{\text{second}}$ .

אמפליטודה (A) לפונקציית הסינוס יש גם אמפליטודה, שהיא הגודל המקסימלי שהיא מגיעה אליו. ל  $\sin x$  יש אמפליטודה של 1 - אם היינו רוצים להגדיל אותה ל20 עושים  $20 \sin x$ .

פאזה ( $\theta$ ) תכונה אחרונה היא הפאזה - ההזזה של הפונקציה על ציר ה  $x$ . בשביל לשנות את הפאזה עושים  $\sin(x - \theta)$ .

אם נחבר את הכל, גל סינוס עם תדר  $f$  אמפליטודה  $A$  ופאזה  $\theta$  נראית כך:

$$s = A \sin(2\pi f x - \theta)$$

### פורייה

פורייה אומר - כל אות שלא תביא, אפשר לייצג אותו באמצעות סכום של גלי סינוס.

אתגר הממוצע של גל סינוס הוא אפס, ולכן ממוצע של חיבור גלי סינוס הוא אפס, אבל יכול להיות שלאות שלנו יש תדר אחר. כדי לפתור את הבעיה משתמשים בגל סינוס עם תדר 0:

$$s = A \sin(2\pi \cdot 0x + \theta) = A \sin \theta = \text{const}$$

הדגימה של האות היא וקטור  $[a_0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]$ . הרעיון הוא שאם יש לנו בסיס אורתונורמלי אפשר לעשות המרה מבסיסים. פורייה רוצה לעשות בסיס מגלים הרמוניים. ווקטור הבסיס הראשון הוא:

$$FB_0 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]$$

(נשים לב שזה לא מנורמל)

עכשיו צריך לייצר ווקטור שהוא בלתי תלוי לינארית בווקטור הראשון. נעשה זאת על ידי  $\sin \frac{2\pi x}{n}$ :

$$FB_1 = \left[ 0 \ \sin \frac{2\pi}{n} \ \sin \frac{2\pi \cdot 2}{n} \ \sin \frac{2\pi \cdot 3}{n} \ \dots \ \sin \frac{2\pi \cdot (n-1)}{n} \right]$$

וכן הלאה -  $FB_2$  לפי  $\sin \frac{2\pi \cdot 2x}{n}$ ,  $FB_3$  לפי  $\sin \frac{2\pi \cdot 3x}{n}$  וכו' - עד  $FB_{n-1}$ . נקבל ווקטורים בלתי תלויים לינארית, שמהם אפשר לבנות את הווקטור המקורי.

הערה כדי שלא נאבד את הגל, תדר הדגימה צריך להיות לפחות פי 2 מתדר הגל המקורי. לכן למשל כזי לשחזר גל עד 22kHz נרצה דגימה על 44kHz, וזה מה שעשו בדיסקים של מוזיקה.

בהצגת פורייה של אות ציר ה  $x$  הוא לא ציר הזמן  $t$  אלא ציר התדר  $f$ .

<sup>1</sup>בארה"ב - 60 מחזורים בשניה