

פונקציות מרוכבות  
תרגיל בית מס' 9

1. מצאו ומיינו את כל הנקודות הסינגולאריות של הפונקציות הבאות:

1.1  $\frac{1 - \cosh z}{z^3}$

1.2  $\frac{1 - e^{2z}}{z^4}$

1.3  $\frac{e^{2z}}{(z-1)^2}$

1.4  $e^{\frac{1}{z}}$

1.5  $\frac{1}{\sin z} + \frac{\pi^2}{z(4z - \pi^2)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{1}{z}\right)}$

2. מצאו פיתוחי לורן בכל התחומים האפשריים לפונקציה  $f(z) = \frac{1}{z^2(z-i)}$  סביב  $z_0 = i$ .

3. נמקו מדוע הטיועון הבא אינו נכון: ידוע כי  $\frac{z}{z-1} = 1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \dots$  וכן כי  $\frac{z}{1-z} = z + z^2 + z^3 + z^4 + \dots$ .

מכיוון ש-  $\frac{z}{1-z} + \frac{z}{z-1} = 0$ , מתקיים  $\dots + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z} + 1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + \dots = 0$

4. חשבו את החלק העיקרי של טור לורן לפונקציה  $f(z) = \frac{e^z \cos z}{z^3}$  סביב  $z_0 = 0$ .

5. חשבו את האינטגרלים  $\oint_{|z|=3} f(z) dz$ ,  $\oint_{|2z+1|=6} f(z) dz$  עבור פונקציות הבאות בהסתמך על תכונותיו של מקדם לורן

$c_{-1}$  שלהן:

5.1  $f(z) = \frac{1}{z(z+2)}$

5.2  $f(z) = \frac{z+2}{z(z+1)}$

5.3  $f(z) = \frac{1}{(z+1)^2}$

5.4  $f(z) = \frac{1}{z(z+1)^2}$

5.5  $f(z) = \frac{z}{(z+1)(z+2)}$

5.6  $f(z) = \frac{1}{z(z+1)(z+4)}$