

מבחן מועד א' – 610-88 בדידה למורים – תשע"ז

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 07/02/17 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. תהיינה שתי פונקציות $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. נגדיר ש f מתאימה ל g אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R}: f(x_1) \leq g(x_2)$$

א. האם $f(x) = \sin(x)$ מתאימה ל $g(x) = \cos(x)$?

ב. האם $f(x) = e^x$ מתאימה ל $g(x) = x$?

ג. תהיינה f, g כך ש f מתאימה ל g . האם בהכרח גם g מתאימה ל f ?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שתי קבוצות A, B מתקיים כי $P(A) \setminus P(B) \neq P(A \setminus B)$.

ב. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \setminus B = B \setminus C$ אזי $A \subseteq C$.

ג. לכל שתי קבוצות A, B מתקיים כי $(A \setminus B) \cup B = A$.

3. תהי סדרה מוגדרת ע"י $a_1 = 1, a_2 = 1$ ונוסחת הנסיגה $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$.

הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל n מתקיים כי a_{3n} זוגי.

4. תהיינה שתי פונקציות $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם $f \circ g \circ f$ הפיכה אז גם f הפיכה.

ב. אם $f \circ f = g \circ g$ אז גם $f = g$.

ג. אם $f + g$ חח"ע ו g חח"ע אזי גם f חח"ע.

5. ענו על השאלות הבאות בפירוט:

א. בכמה דרכים ניתן לסדר 4 גברים ו4 נשים בשורה, כך שהנשים צמודות זו לזו?

ב. בכמה דרכים ניתן ליצור סדרה המכילה 4 אפסים ו4 אחדות?

ג. בכמה דרכים ניתן ליצור סדרה בינארית באורך 8 כך ש1 לעולם לא יופיע מיד אחרי 0?

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	k מתוך n
$\binom{n-1+k}{n-1}$	n^k	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה