

**תרגילים מהחוברת:**

עמוד 46 והלאה:

9.4

10.5 סעיף ו'

**תרגיל לא מהחוברת:**

נתבונן בשני בסיסים עבור  $\mathbb{R}^3$ :  $B = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}$ ,  $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ .

א. מצאו את מטריצות המעבר בין בסיסים:  $[I]_S^B$ ,  $[I]_B^S$ .

ב. יהי נתון  $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ . מצאו את  $[v]_S$ .

ג. בעזרת שני הסעיפים הקודמים (ולא אחרת!!!) מצאו את  $[v]_B$ .

**תרגילים נוספים:**

1. נתונים הבסיסים ב  $\mathbb{R}^3$ :

$$B = \left\{ b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, b_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, C = \left\{ c_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, c_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, c_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

ונתונים הוקטורים ב  $\mathbb{R}^3$ :  $d_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, d_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, d_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$  (לפי בסיס סטנדרטי)

א. מצאו את  $[d_1]_B, [d_2]_B, [d_3]_B$ .

ב. יהי  $E$  הבסיס הסטנדרטי של  $\mathbb{R}^3$ . מצאו את מטריצות המעבר  $[I]_B^E, [I]_E^B$ ,

את  $[I]_C^E, [I]_E^C$  ואת  $[I]_B^C, [I]_C^B$  (ללא הרבה עבודה...)

ג. הראו שמתקיים עבור  $d_3$ :  $[d_3]_B = [I]_B^E [d_3]_E$ .

2. יהי  $V$  מ"ו ממימד  $n$  מעל שדה  $F$ , ויהי  $B$  בסיס של  $V$ . הוכיחו את הטענות:

א.  $[v]_B = [w]_B$  או"א  $v = w$ .

ב. לכל  $\bar{x} \in F^n$  יש  $v \in V$  כך ש  $[v]_B = \bar{x}$ .

1. כתבו את רשימת כל התמורות האפשריות ב  $S_4$  בהצגה של פירוק למחזורים זרים.  
 2. נתונות התמורות הבאות ב  $S_4$  :

$$\sigma_1 = (1, 2, 3, 4), \quad \sigma_2 = (2, 1)(4, 3), \quad \sigma_3 = (1, 3)(2, 4), \quad \sigma_4 = (2, 4, 3)$$

- א. מצאו לכל אחת מהן את התמורה ההופכית לה.  
 ב. מצאו את הסימן של כל אחת מהן.  
 ג. חשבו את ההרכבות הבאות:  $\sigma_4 \circ \sigma_2^2 \circ \sigma_3$ ,  $\sigma_1 \circ \sigma_4^{-1}$ ,  $\sigma_3^2$ ,  $\sigma_1 \circ \sigma_2$ .  
 3. חשבו באמצעות תמורות את הדטרמיננטות הבאות:

א.  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 4 & 0 & 6 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$  (מעל  $\mathbb{R}$ ) ב.  $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$  (מעל  $\mathbb{Z}_7$ ).

4. הוכח או הפרד: לכל מס' טבעי  $n$  ולכל תמורה  $\sigma \in S_n$  קיים "שורש" כלומר קיימת תמורה  $\tau \in S_n$  כך ש  $\tau\tau = \sigma$ .

5. נתונה המטריצה הבאה מעל  $\mathbb{R}$ :  $\begin{pmatrix} * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * \\ 0 & 0 & 0 & * & * \end{pmatrix}$  (הכוכביות הן מספרים ממשיים)

כלשהם). הוכיחו באמצעות תמורות כי הדטרמיננטה שלה היא תמיד 0.