

# אלגברה מופשטת 4 – תרגיל 5

## שאלה 1

יהי  $n > 2$  ויהי  $\rho_n = \exp\left(\frac{2\pi i}{n}\right)$ . נגדיר  $a_n = \rho_n + \rho_n^{-1}$  ו- $K = \mathbb{Q}[a_n]$ .

- מצאו את הפולינום המינימלי של  $\rho_n$  מעל  $K$ . [רמז:  $a_n \in \mathbb{R}$ ]
- נניח ש- $n$  ראשוני. מה דרגת הפולינום המינימלי של  $a_n$ ? (אין צורך לחשב את הפולינום)
- מצאו את הפולינום המינימלי של  $a_5$ .
- הביעו את  $\rho_5$  בעזרת מספרים רציונליים ושורשים ריבועיים. (העזרו ב-3 ו-1).

## שאלה 2

יהיו  $a, b, c, d$  ארבעה שורשים שונים של הפולינום  $x^5 - 5x + 15$ . נגדיר  $u = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ .  
חשבו את  $[\mathbb{Q}[u]: \mathbb{Q}]$ . [רמז: חשבו על הקשרים בין שורשי הפולינום.]

## שאלה 3

מצאו את כל תתי השדות של  $\mathbb{C}$  שאיזומרפיים ל- $\mathbb{Q}[\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{2}}]$ . נמקו את קביעתכם.

## שאלה 4

מצאו את שדות הפיצול של הפולינומים הבאים וחשבו את המימד שלהם:

1.  $x^4 - 6x^2 - 2$

2.  $x^6 - 27$