

תורת המשחקים - שיעור 8

תחרות עסקית - מודל קורנו ומודל ברטרנד

מודלים בכלכלה

מונופול מול תחרות משוכללת

מונופול



חברה אחת שולטת
בשוק. קובעת את מחיר
המוצר ואת כמויות
הייצור.

תחרות משוכללת



∞ חברות בתחרות.
חברה אחת לא יכולה
לשנות את התנהגות
השוק.

מודל קורנו

▶ מודל קורנו חוקר דואופול, שתי חברות מתחרות.

מונופול

תחרות משוכללת



דואופול - יש אינטארקציה
אסטרטגית בין החברות המתחרות.
לכן יש מקום לחקור בעזרת תורת
המשחקים.

▶ במודל זה החברות קובעות את כמויות הייצור שלהן, והשוק
קובע את מחיר המוצר.

מה המטרות בחקר מודל כזה?

▶ חברה הנמצאת בתחרות דואופול תרצה לנתח את המשחק ולהגיע להחלטות אסטרטגיות רציונליות, ולהביא למקסימום את רווחיה.

▶ מדינאים/כלכלנים יירצו לנתח סוג כזה של תחרות כדי להבין:

- האם מודל כזה הוא טוב לצרכנים או ליצרנים?
- אילו סכנות טמונות במודל כזה (איזה פיקוח דרוש)?

תיאור המודל

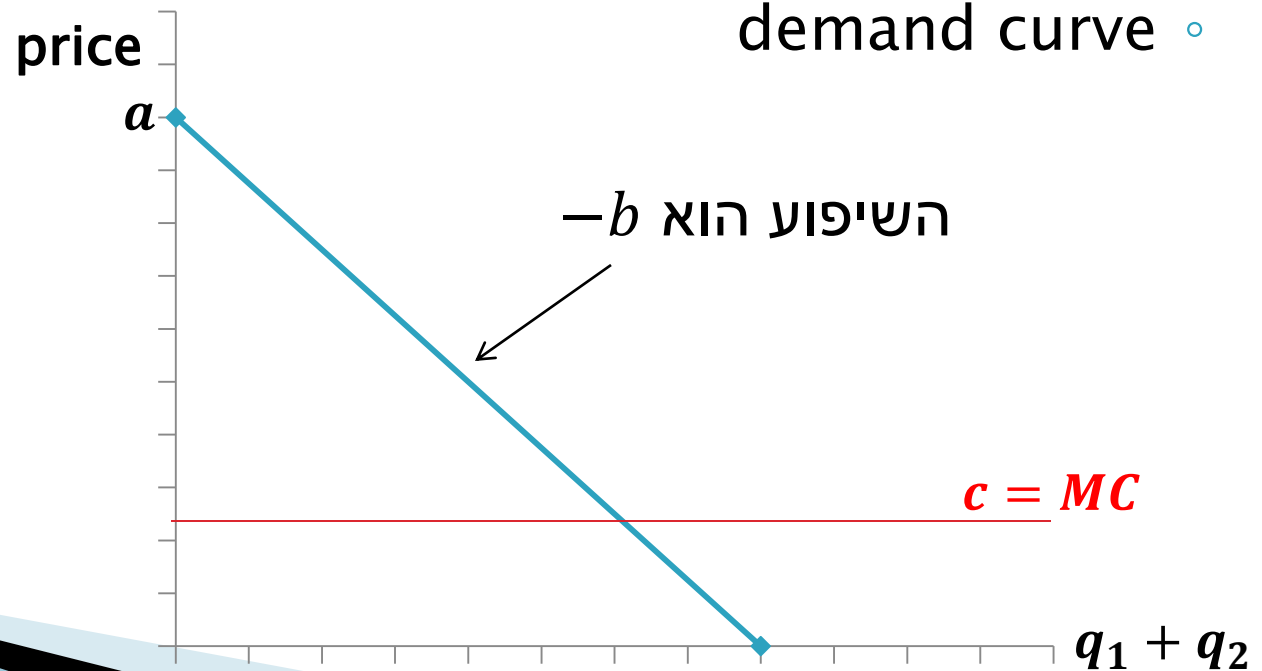
- ▶ שחקנים: 2 חברות המייצרות אותו מוצר בדיוק (לא ניתן להבדיל בין המוצרים – perfect substitutes).
- ▶ אסטרטגיות: כל חברה קובעת כמה מהמוצר היא מייצרת. נסמן ב q_1, q_2 .
- ▶ נניח למען פשטות המודל שעלות הייצור של כל מוצר היא קבועה – כלומר **העלות השולית** (marginal cost) היא פונקציה קבועה.
$$MC = c$$
- כלומר עלות הייצור של כמות q היא cq .

עקומת הביקוש

▶ נציג כעת את הפונקציה שקובעת את מחיר המוצר בשוק:

$$P = a - b(q_1 + q_2)$$

▶ זוהי **עקומת הביקוש** (ההפוכה) עבור המוצר - demand curve ◦



פונקצית התועלת = הרווח הנקי

$$\begin{aligned}u_1(q_1, q_2) &= Pq_1 - cq_1 \\ &= (a - b(q_1 + q_2))q_1 - cq_1 \\ &= aq_1 - bq_1^2 - bq_1q_2 - cq_1\end{aligned}$$

בצורה דומה מקבלים: ▶

$$u_2(q_1, q_2) = aq_2 - bq_2^2 - bq_1q_2 - cq_2$$

אסטרטגית התגובה המיטבית

- ▶ נרצה כעת לחשב את התגובה המיטבית של חברה בהנתן אסטרטגיה של החברה המתחרה.
- ▶ כלומר: אם חברה 2 בחרה באסטרטגיה q_2 מה האסטרטגיה שתביא לחברה 1 את הרווח המקסימלי?

$$BR_1(q_2) = ?$$

- ▶ נמצא את האסטרטגיה q_1 המביאה את התועלת למקסימום

$$\max_{q_1} u_1(q_1, q_2) = \max_{q_1} [aq_1 - bq_1^2 - bq_1q_2 - cq_1]$$

אסטרטגית התגובה המיטבית

▶ כזכור יש למצוא מתי הנגזרת לפי q_1 מתאפסת:

$$\frac{\partial u_1}{\partial q_1}(q_1, q_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow a - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$$

$$\Leftrightarrow q_1 = \frac{a - c - bq_2}{2b}$$

▶ ניתן לראות שזאת אכן נקודת מקסימום כי הנגזרת השנייה היא שלילית, ולכן:

$$\Leftrightarrow BR_1(q_2) = \frac{a - c - bq_2}{2b}$$

מצבי קיצון

- ▶ אם שחקן 2 מחליט לא לייצר, כלומר בוחר באסטרטגיה $q_2 = 0$, אזי שחקן 1 הוא למעשה מונופול.
- ▶ הערך של $BR_1(0)$ היא האסטרטגיה בה על המונופול לבחור על מנת למקסם רווחים:

$$BR_1(0) = \frac{a - c}{2b}$$

- ▶ באסטרטגיה זו, מחיר המוצר יהיה

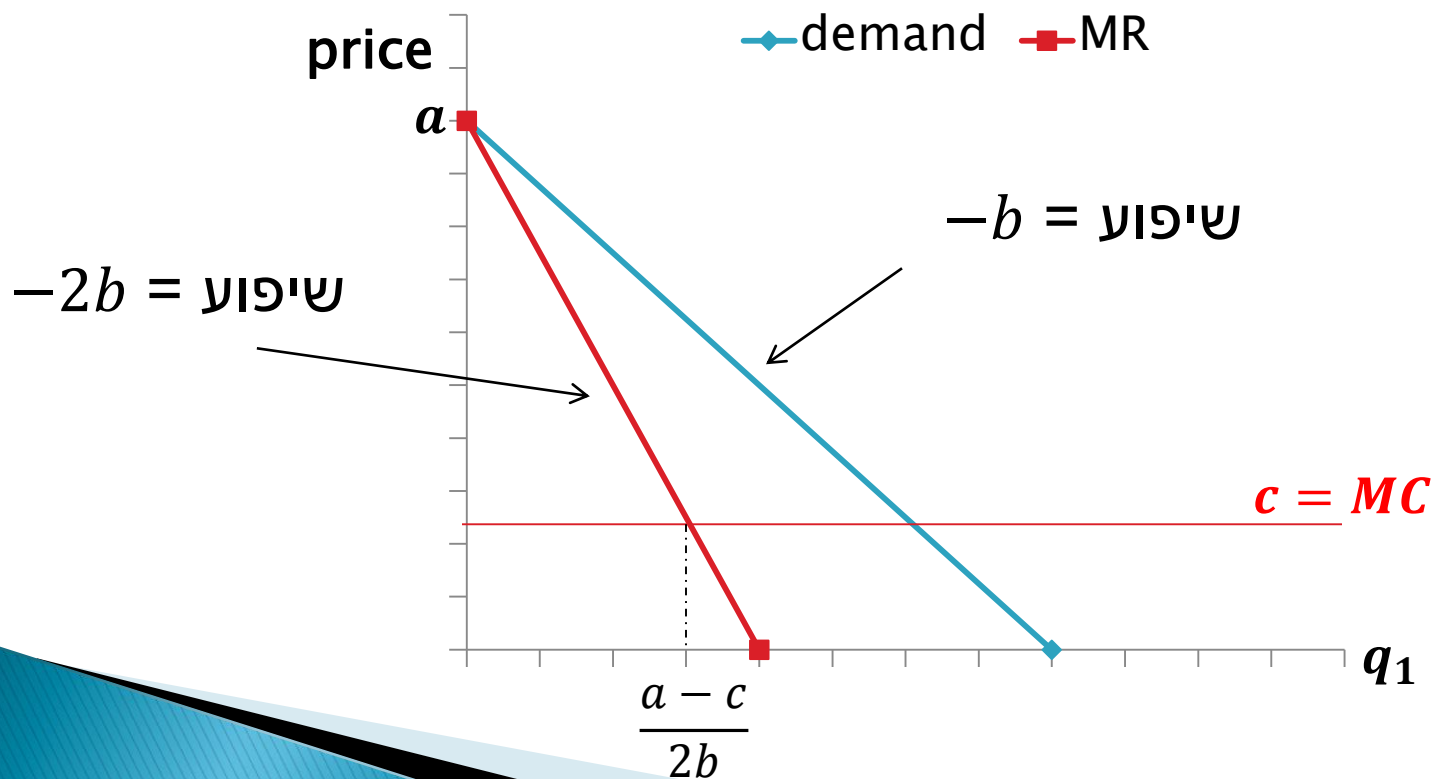
$$P = a - b \left(\frac{a - c}{2b} \right) = \frac{1}{2}(a + c)$$

- ▶ הרווח של חברה 1 יהיה

$$u_1 \left(\frac{a - c}{2b}, 0 \right) = \frac{(a - c)^2}{4b}$$

מונופול

‣ המונופול מקבל רווח מקסימלי כאשר
פדיון שולי = עלות שולית $MR = MC$.



מצבי קיצון - המשך

- ▶ באיזה אסטרטגיה שחקן 2 מנטרל את שחקן 1 מהשוק?
- ▶ תשובה: כאשר

$$BR_1(q_2) = 0$$

- ▶ זה קורה כאשר

$$\frac{a - c - bq_2}{2b} = 0$$

$$\Leftrightarrow q_2 = \frac{a - c}{b}$$

- ▶ נשים לב שאסטרטגיה זו גדולה ממש מאסטרטגית המונופול.

מצבי קיצון - המשך

▶ כלומר אם שחקן 2 משחק באסטרטגית המונופול שלו

$$q_2 = \frac{a - c}{2b}$$

אז שחקן 1 לא מנוטרל מהמשחק וכדאי לו לבחור
באסטרטגיה

$$BR_1\left(\frac{a - c}{2b}\right) = \frac{a - c}{4b}$$

▶ כלומר גם אם חברה אחת שולטת בשוק כדאי לחברה שניה
להכנס לשוק.

מצבי קיצון - המשך

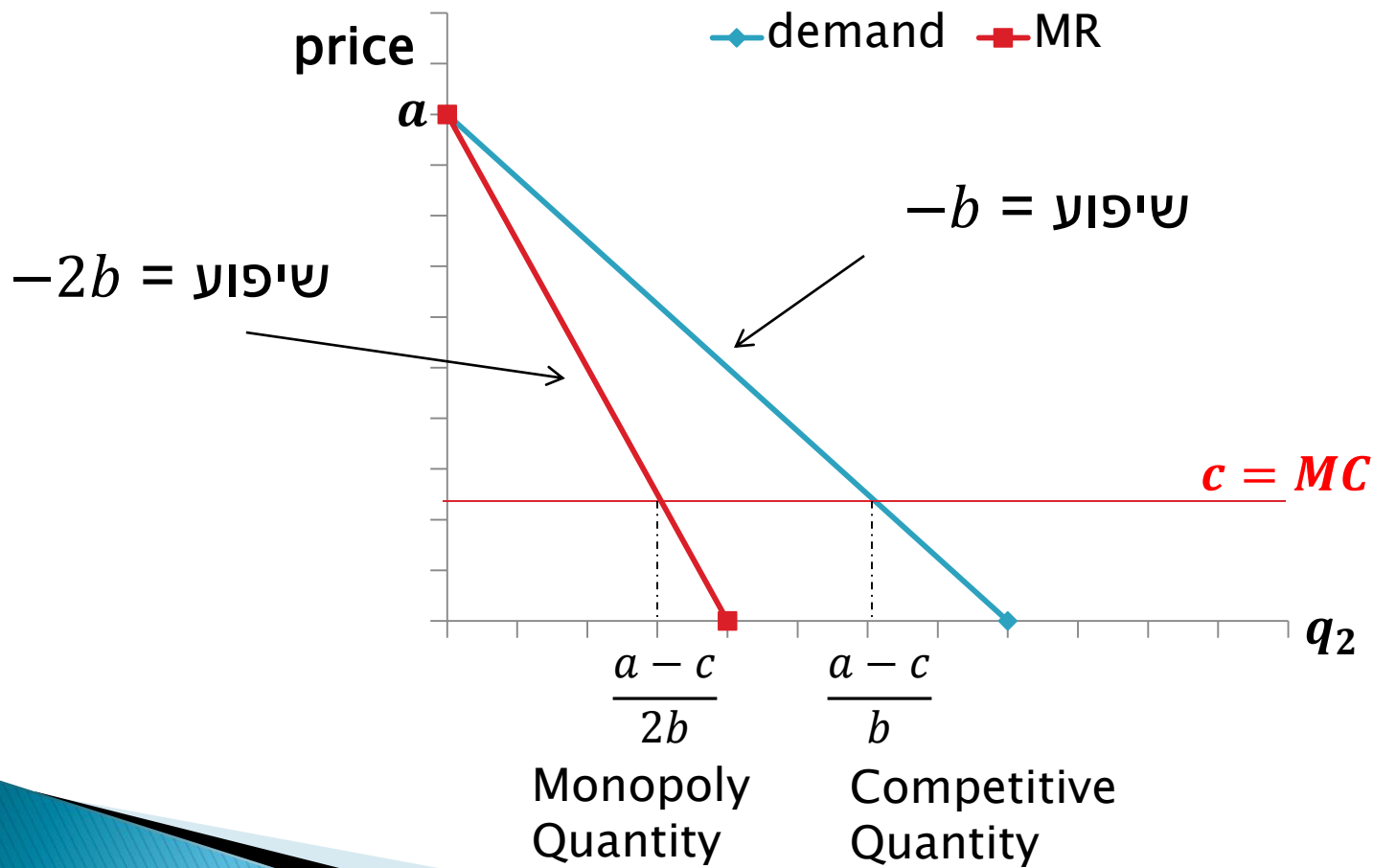
▶ נחשב כעת את הרווחים תחת בחירת האסטרטגיה המנטרלת

$$q_2 = \frac{a - c}{b}$$

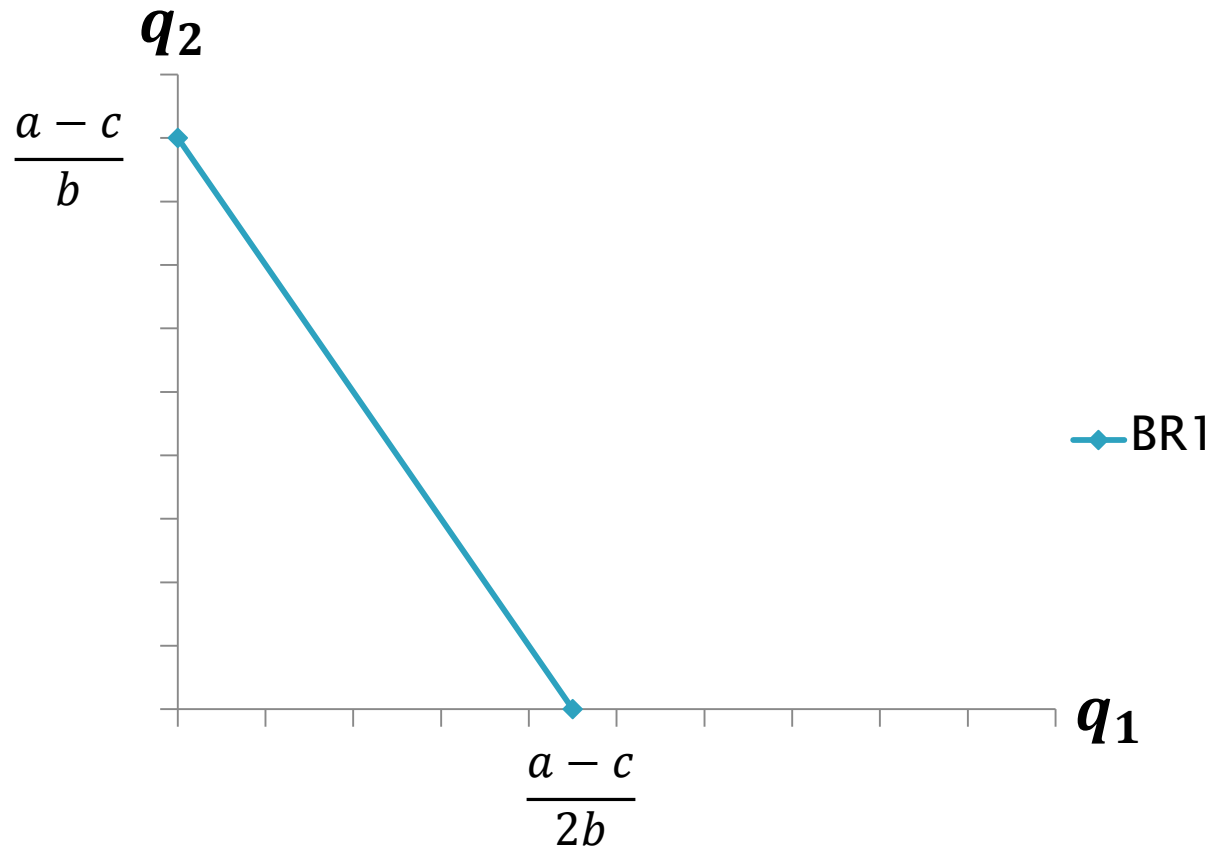
▶ באופן לא מפתיע, אנחנו מקבלים:

$$P = a - b \left(\frac{a - c}{b} \right) = c$$

▶ הרווח מכל מוצר ירד לעלות הייצור, ולכן הרווח הכולל של חברה 2 יהיה 0.

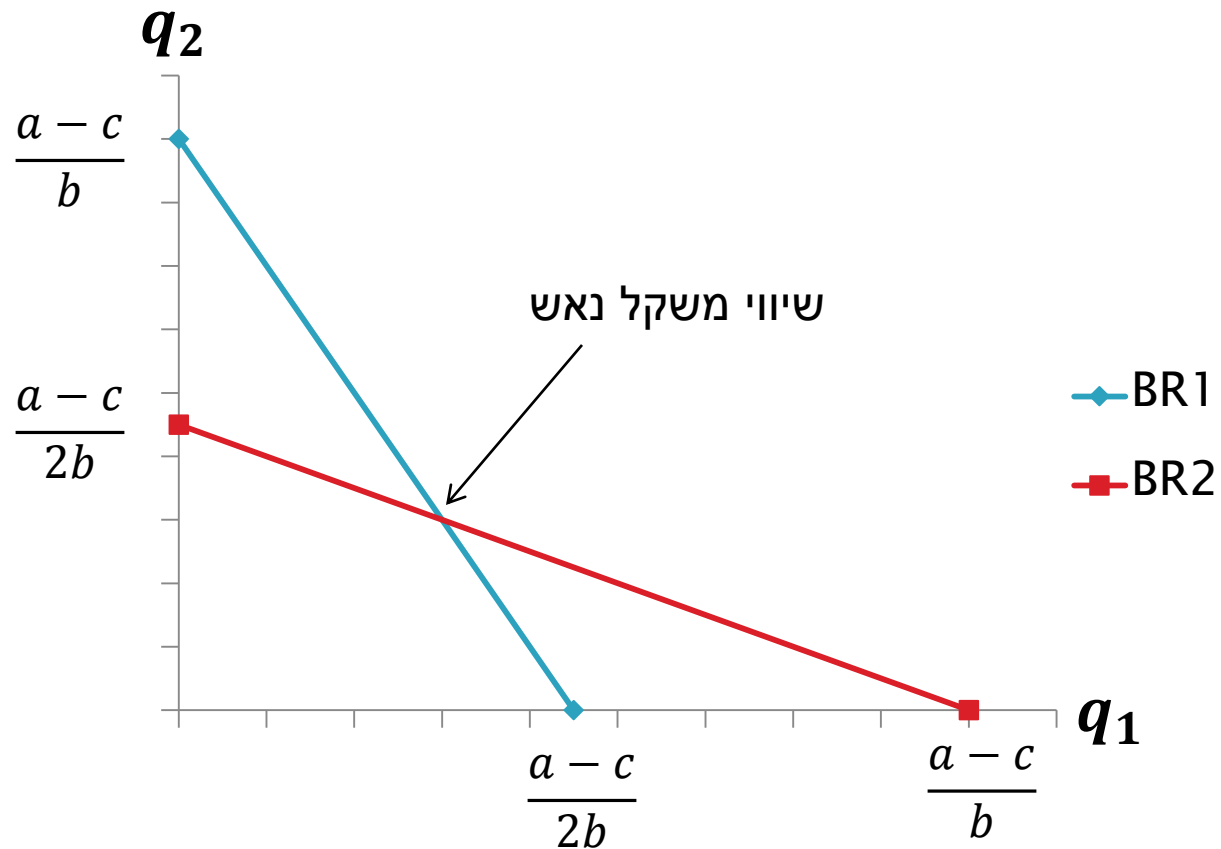


גרף התגובה המיטבית



גרף התגובה המיטבית

באופן סימטרי נקבל



נקודת שיווי משקל נאש במודל קורנו

צריך לפתור את מערכת המשוואות הבאה: ▶

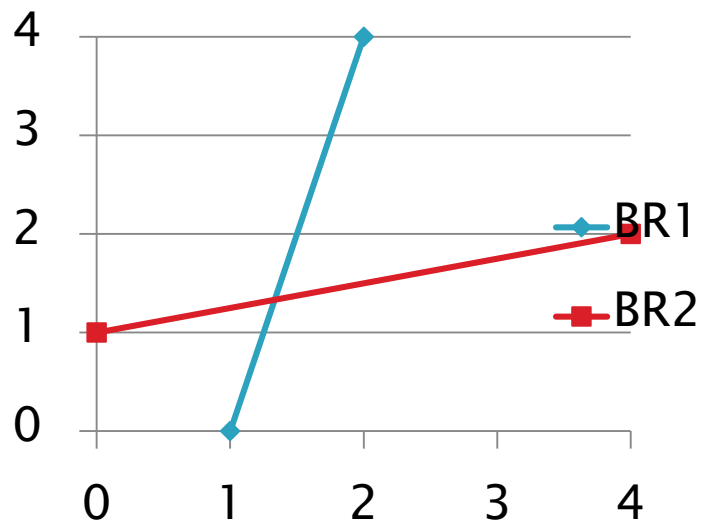
$$\begin{cases} q_1 = \frac{a - c - bq_2}{2b} \\ q_2 = \frac{a - c - bq_1}{2b} \end{cases}$$

$$q_1 = q_2 = \frac{a - c}{3b}$$

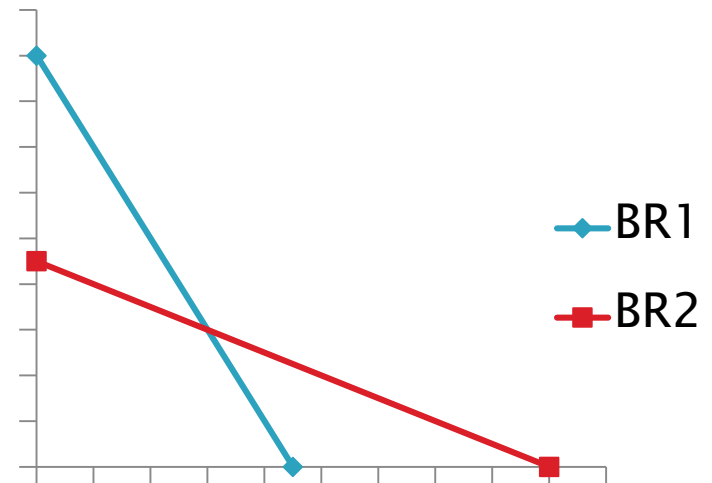
נקבל ▶

מודל קורנו מול משחק השותפות (שיעור 4)

משחק השותפות



מודל קורנו



מודל קורנו מול משחק השותפות

- ▶ במשחק השותפות כאשר שחקנית אחת עובדת יותר, השחקנית השניה רוצה גם לעבוד יותר.
 - השחקניות במצב של **שיתוף פעולה**.
 - למשחק מסוג זה קוראים **משלימים אסטרטגיים**.

- ▶ במודל קורנו, כאשר חברה אחת מייצרת יותר, החברה השנייה תרצה לייצר פחות.
 - השחקנים במצב של **קונפליקט**.
 - למשחק מסוג זה קוראים **תחליפים אסטרטגיים**.

האם מודל קורנו הוא טוב עבור החברות?

- ▶ נבדוק מתי הרווח המשותף של שתי החברות הוא מקסימלי, ונבדוק כיצד הוא משתווה לרווח בנקודת שיווי המשקל.
- ▶ רוצים למצוא מתי מתקבל

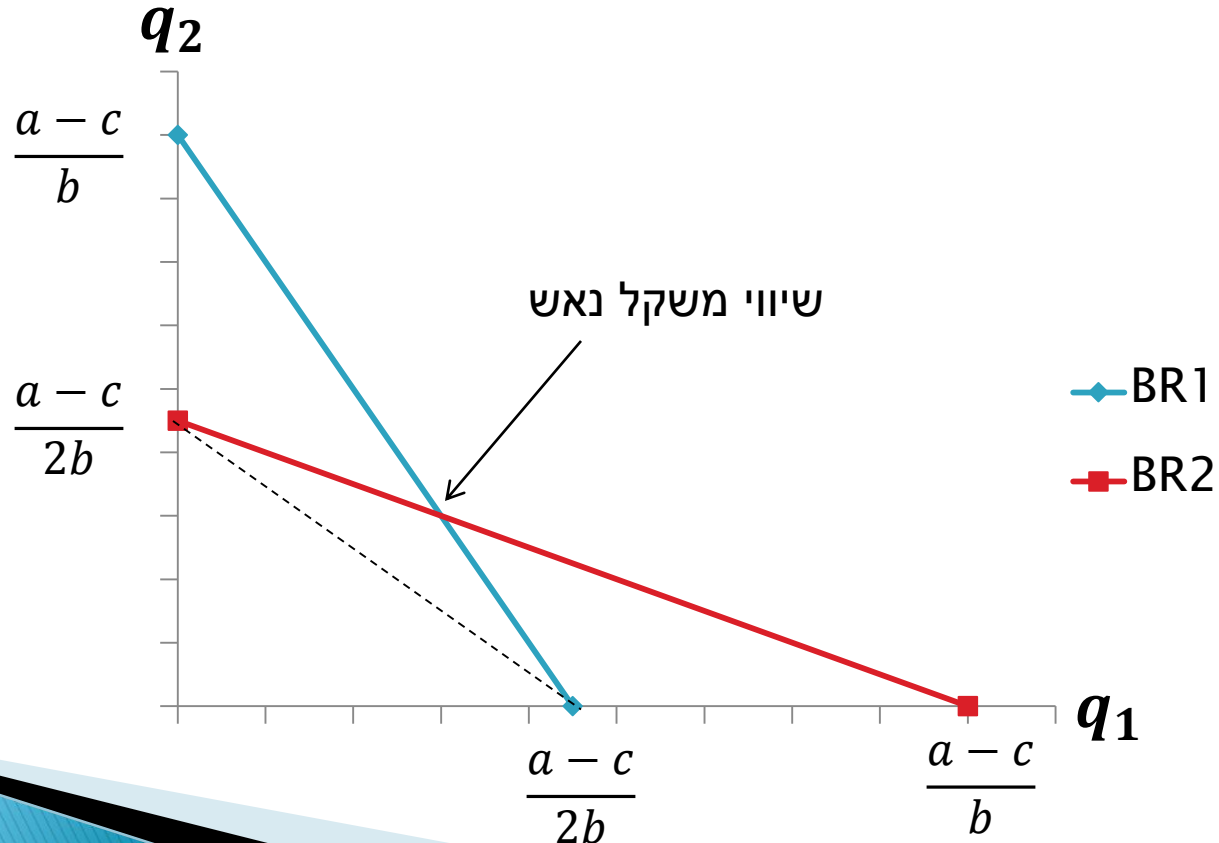
$$\max_{Q=q_1+q_2} [a - bQ^2 - cQ]$$

- ▶ נשווה את הנגזרת ל 0, ונקבל

$$Q = \frac{a - c}{2b}$$

רווח מקסימלי משותף

אם כך הרווח המקסימלי המשותף מתקבל על הישר המחבר בין שתי נקודות המונופול:

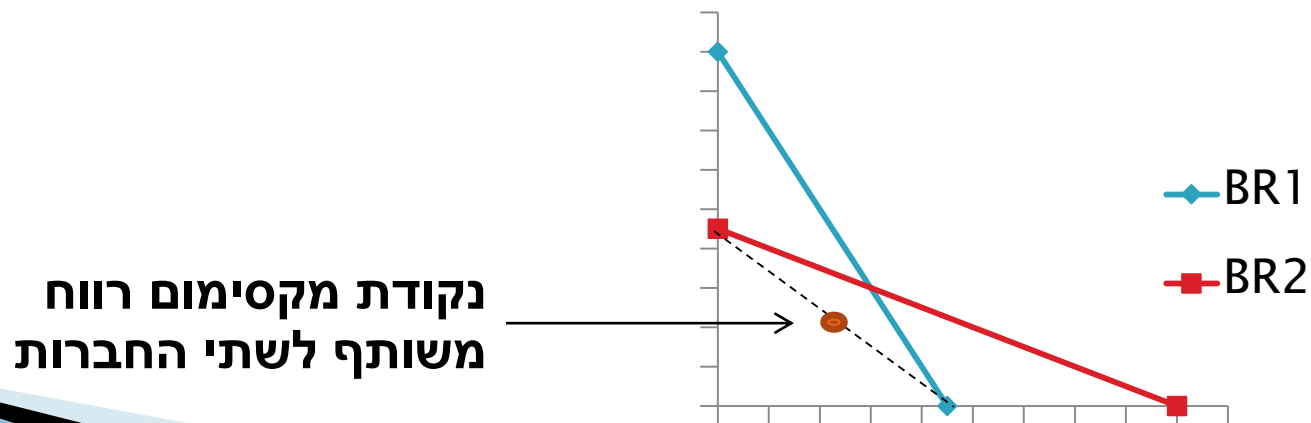


רווח מקסימלי משותף

▶ חלוקה הוגנת של הרווחים המקסימליים מתקבלת כאשר $q_1 = q_2$. לכן נקבל שבנקודה הנקבעת ע"י

$$q_1 = q_2 = \frac{a - c}{4b}$$

הרווח המשותף יהיה מקסימלי, ושתי החברות יהנו מאותם רווחים.



האם מודל קורנו הוא טוב עבור החברות?

▶ הרווח בנקודת שיווי המשקל הוא:

$$u_1\left(\frac{a-c}{3b}, \frac{a-c}{3b}\right) = \frac{(a-c)^2}{9b}$$

▶ ואילו בנקודת הרווח המשותף המקסימלי הרווח הוא:

$$u_1\left(\frac{a-c}{4b}, \frac{a-c}{4b}\right) = \frac{(a-c)^2}{8b}$$

▶ שלא במפתיע, מקבלים בדיוק חצי מהרווח במונופול, וערך זה יותר גדול מאשר הרווח בנקודת שיווי המשקל.

שיתוף פעולה בין החברות?

- ▶ מה ייקרה אם שתי החברות יתאמו ביניהן לייצר לפי נקודת השווי המשותף המקסימלי?
- ▶ לכל אחת מהחברות יש אינטרס לרמות את החברה השניה, ולייצר יותר על מנת למקסם את הרווחים.



- ▶ בסופו של דבר נתכנס חזרה לנקודת שיווי המשקל

שיתוף פעולה בין החברות

- ▶ האם החברות יכולות לחתום ביניהן על חוזה חוקי המחייב אותן לפעול לפי נקודת הרווח המקסימלית?
- ▶ לא. התאגדות כזאת נקראת **קרטל** והיא אינה חוקית.
- ▶ בכל מקרה קרטל אינו יעיל לאורך זמן. מדוע?
 - למתחרה חדש כדאי להכנס לשוק.

סיכום מודל קורנו

מונופול	דואופול קורנו	תחרות משוכללת	
$\frac{(a - c)^2}{4b}$	$\frac{(a - c)^2}{9b}$	0	רווח אינדיבידואלי לחברות
$\frac{a - c}{2b}$	$\frac{2(a - c)}{3b}$	$\frac{a - c}{b}$	כמות תוצר כללית
$\frac{a + c}{2}$	$\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c$	c	עלות מוצר לצרכן

מודל ברטרנד

- ▶ מודלים שונים של תחרות עסקית נותנים תוצאות שונות.
- ▶ נראה כעת מודל הנקרא **מודל ברטרנד** ונראה ששיווי המשקל בו שונה משיווי המשקל במודל קורנו.
- ▶ במודל ברטרנד החברות המתחרות קובעות את מחיר המוצר, ולא את הכמויות המיוצרות.
- ▶ כמו קודם, שתי החברות מייצרות מוצר זהה.
- ▶ $MC = c$
- ▶ האסטרטגיות הן p_1, p_2 - המחיר שכל חברה קובעת למוצר שלה.
- ▶ נרמל את המחירים כך ש $0 \leq p_i \leq 1$.
- ▶ כמויות הייצור נקבעות ע"פ הביקוש.

עקומת הביקוש

▶ במשחק הזה, אם המוצר של חברה 1 זול יותר, אזי כולם יירצו לקנות רק מחברה 1, ולכן היא תשלוט בשוק.

$$q_1 = \begin{cases} 1 - p_1 & p_1 < p_2 \\ 0 & p_1 > p_2 \\ \frac{1 - p_1}{2} & p_1 = p_2 \end{cases}$$

▶ מכאן נקבל שהתועלת של חברה 1 תהיה:

$$u_1(p_1, p_2) = q_1 p_1 - q_1 c = q_1 (p_1 - c)$$

שיווי משקל נאש במודל ברטרנד

▶ הבעיה במודל של ברטרנד שפונקציות התועלת אינן רציפות, ואי לכך לא ניתן למצוא את נקודת שיווי המשקל בעזרת אינפי.

$$BR_1(p_2) = \begin{cases} p_1 > p_2 & p_2 < c \\ p_1 - \epsilon & c < p_2 \leq p^{\text{mon}} \\ p^{\text{mon}} & p_2 > p^{\text{mon}} \\ p_1 \geq c & p_2 = c \end{cases}$$

▶ למרות שהפונקציה מסובכת, למעשה לא קשה לנחש מהי נקודת שיווי המשקל.

$$NE = (c, c)$$

מסקנות ממודל ברטרנד

- ▶ במודל בו התחרות היא על המחירים, מספיקות 2 חברות כדי להגיע לתוצאה של תחרות משוכללת.
- ▶ החברות לא ימשיכו מחירים עד ל 0, אלא יתייצבו סביב העלות השולית.
- ▶ מודלים שונים לאותה תחרות עסקית יכולים להביא לתוצאות שונות בצורה מהותית.
- ▶ קיים פתרון: לשפר את המודל כדי שיהיה יותר מציאותי.

מודל ברטרנד עם מוצרים מגוונים

- ▶ ברוב התחרויות העסקיות המוצרים המתחרים אינם זהים. לדוגמה: פפסי מול קולה, פורד מול שברולט, וכו.
- ▶ לרוב צרכנים ייקנו מוצר שהם "אוהבים יותר" למרות שמחירו קצת גבוה יותר ממחיר המתחרים.
- ▶ נגדיר אם כך עקומות ביקוש שמתאימות למודל עם מוצרים מגוונים:

$$q_i(p_1, p_2) = 1 - p_i - \left(p_i - \frac{p_1 + p_2}{2} \right)$$

שיעורי בית

- ▶ הסבירו מדוע פונקציות הביקוש הנ"ל משקפות בצורה יותר מציאותית מודל ברטרנד עם מוצרים מגוונים.
- ▶ מצאו שיווי משקל נאש במשחק המעודכן, והשוו אותו עם מונופול ותחרות משוכללת.
- ▶ האם משחק זה מזכיר לכם משחק אחר שראיתם (בשיעור או בש"ב)?