דוגמא 1: נשתמש בעקרון סופר-פוזיציה רק כאשר נהיה על שדות.

$\cdot P(x,y,z)$

$\cdot q_1$

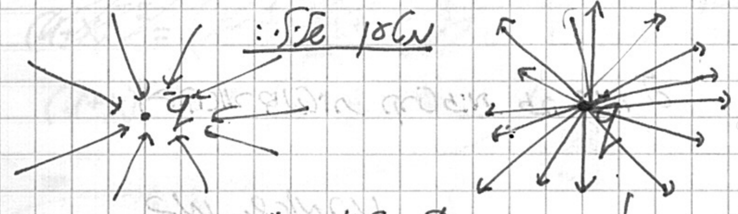
$\cdot q_2$

$\cdot q_3$

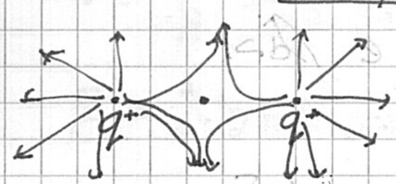
נוח יותר להבין את השדות ע"י קווי שדה.

מטען שלילי:

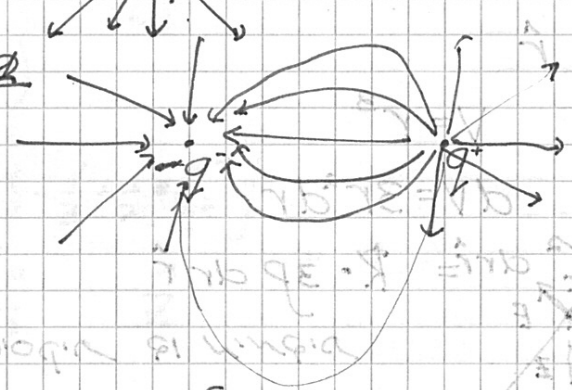
מטען חיובי:



2 מטענים חיוביים:



+ מטען חיובי
- מטען שלילי:



ציור די דומה ב-2 מטענים שליליים.

הרצאה 2 - תזכורת: חוק קולון:

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

עקרון הסופר פוזיציה (בהרבה מטענים)

$$F_4 = k \cdot q_4 \cdot \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

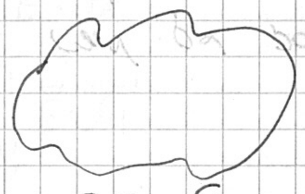
שדה חשמלי:

$$\vec{E}_{(r)} = \vec{E}_{(x,y,z)} = \sum_i k \cdot \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \hat{r}_i$$

$$F = q' E_{(r)}$$

עכשיו נתעסק בגופים רציפים והשדות שהם יוצרים.

שדה של גוף רציף:



צפיפויות מטען:

I) בתלת מימד: $\rho = \frac{q}{V}$ נפח $\qquad [\rho] = \frac{C}{m^3}$

יכול להיות שהוא קבוע או תלוי במיקום. (כנ"ל גם לגבי למימדים אחרים).

II) בדו מימד: $\sigma = \frac{q}{A} \qquad [\sigma] = \frac{C}{m^2}$.

III) בחד מימד: $\lambda = \frac{q}{L} \qquad [\lambda] = \frac{C}{m}$

נפרק את הגוף לגופים קטנטנים dV_i, ρ_i

ולכן

$$dq_i = \rho_i \, dV_i$$

$$dE_i = k\frac{dq_i}{r_i^2}\cdot\hat{r}_i = k\cdot\frac{\rho_i \, dV_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$$E = \sum_i dE_i = k\cdot\sum_i \frac{\rho_i \cdot dV_i}{r_i^2}\cdot\hat{r}_i$$

נשאיף את dV_i ל-0 ($dV_i \to 0$)

ולכן

$$E = k\cdot\int_{\text{כל הגוף}} \frac{\rho\cdot dv}{r^2}\cdot\hat{r}$$

ובקואורדינטות קרטזיות זה שווה ל:

$$k\cdot\int\frac{\rho(x,y,z)\cdot dx\cdot dy\cdot dz}{x^2+y^2+z^2}\,\cancel{(x+y+z)}\,\hat{r}$$

כמו שאמרנו

$$E = k\cdot\frac{\rho dv}{r^2}\hat{r}$$

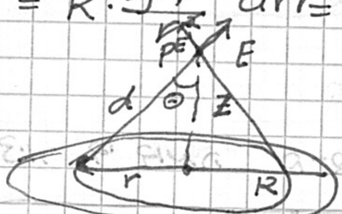
ובגלל ש

$$V = r^3$$

$$dV = 3r^2 dr$$

ולכן

$$E = k\cdot\frac{3\rho r^2}{r^2}dr\hat{r} = k\cdot 3\rho \, dr\,\hat{r}$$



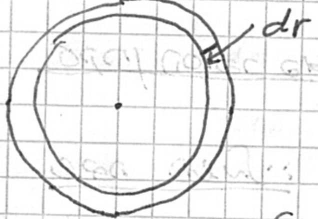
<u>דוגמה 2.1</u>: דיסקית דו מימדית

מה השדה בנקודה p מעל הדסקה

טעונה באופן אחיד ב σ, Q

ולכן

$$\boxed{\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}}$$



נחלק את הדסקה לטבעות קטנטנות

ולכן

$$da = 2\pi r\cdot dr$$

שנסתכל על כל סגמנט אזי רכיבי ה-x יתבטלו

ולכן מה ~~שהשווה~~ נשאר זה $E\cdot\cos\theta$

נשים לב גם ש

$$d^2 = r^2 + z^2$$

$$\cos\theta = \frac{z}{(r^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}$$

ועוד

$$dq = \sigma\cdot da = \sigma\cdot 2\pi r\cdot dr$$

$$dE = k\cdot\frac{\sigma\cdot 2\pi r\cdot dr}{r^2+z^2}\cdot\cos\theta = k\cdot\frac{\sigma\cdot 2\pi r\cdot dr}{r^2+z^2}\cdot\frac{z}{(r^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}\hat{z}$$

$$E = k\sigma\cdot 2\pi\cdot z\cdot\int_0^R \frac{r \, dr}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\hat{z}$$

$$E = 2\pi k\sigma \cdot z \cdot \left(- \int_0 \frac{1}{(r^2+z^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \hat{z}$$

$$\boxed{E = 2\pi k \cdot \sigma z \hat{z} \left[\frac{1}{z} - \frac{1}{(z^2+R^2)^{\frac{1}{2}}} \right]}$$

<u>מקרים מיוחדים:</u> (1 $\quad Z >> R$

$$\frac{1}{(z^2+R^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{z\left[1+\frac{R^2}{z^2}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

נעשה טור טיילור כי $\frac{R^2}{z^2}$ הקטן

$$\cancel{(1+x)^{-\frac{1}{2}} = \left(1-\frac{1}{2}\cdot\frac{R^2}{z^2}+\dots\right)}$$

נשים לב ש

$$(1+x)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + \dots$$

ולכן

$$= \frac{1}{z}\left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{R^2}{z^2} + \dots\right)$$

ונציב

$$E = \hat{z} \cdot 2\pi k \cdot \sigma \cdot z \left[\frac{1}{z} - \frac{1}{z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{z^2} \right]$$

$$E = \frac{2\pi Q}{\pi R^2} k \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{z^2} \quad \hat{z}$$

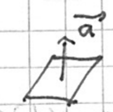
$$\boxed{E = k \cdot \frac{Q}{z^2} \hat{z}}$$

צריך לשים לב שבמקרה הזה הדסקה היא כמו מטען יחיד טעון.

<u>חוק גאוס:</u>

<u>וקטור שטח:</u>

$\vec{a}$



$\vec{da}$ למשהו פרמטרי שהוא לא מישור נגדיר שטחים אינפיניטסימליים

<u>לדוגמא:</u> ספרה. הוקטור פונה לכיוון החוצה.

<u>משטח:</u>

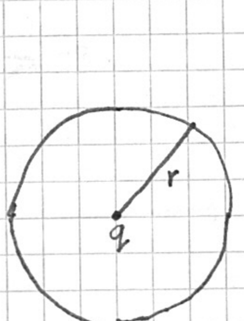
Dot product

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{da}$$

ולכן

$$\Phi = \int_{\text{מעטפת משטחית}} \vec{E} \cdot \vec{da}$$

<u>דוגמא ג.2.</u>



$$d\Phi = \vec{E} \cdot \vec{da}$$

$$\Phi = \int E \cdot da = E \int da = \frac{kq}{r^2} \cdot 4\pi r^2$$

$$= 4\pi k \cdot q = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

ה-E שווה בכל מקום ולכן קבוע