אינפי 1 תרגיל 12

7 בינואר 2015

1. הוכיחו לפי ההגדרה:

א. $\lim_{n\to\infty} a^n = \infty$ עבור $a > 1$.

ב. $\lim_{n\to\infty} a^n = 0$ עבור $0 < a < 1$

2. הוכיחו לפי הגדרת $\epsilon - N$ של הגבול:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n^2+1} = 1$$

3. חשבו את הגבולות של הסדרות הבאות (במידה והם קיימים. אחרת, הוכיחו שהגבול לא קיים):

א. $< \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}} >$

ב. $< \frac{2^n+3^n}{2^n-3^n} >$

ג. $< \frac{n!}{n^3} >$

ד. $< \frac{n}{(\ln n)^2} >$

ה. $< (-1)^n n >$

ו. $< (\frac{2n^3-1}{2n^3+3})^{3n^3+4} >$

ז. $< 2^n - n^2 >$

ח. $< \sqrt[n]{n} >$

ט. $< \frac{n!+2}{(n+1)!+1} >$

י. $< \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} >$

4. א. הוכיחו/הפריכו: אם $<a_n>$ סדרה מתכנסת, אז $\lim\limits_{n\to\infty}(a_{n+1}-a_n)=0$

ב. הוכיחו/הפריכו: אם $\lim\limits_{n\to\infty}(a_{n+1}-a_n)=0$ אז $<a_n>$ סדרה מתכנסת.

5. הוכיחו/הפריכו: אם $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$ אז $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=0$.

6. הוכיחו/הפריכו: $<a_n>$ סדרת קושי אמ"ם לכל פו' רציפה במ"ש f, $<f(a_n)>$ היא סדרת קושי.