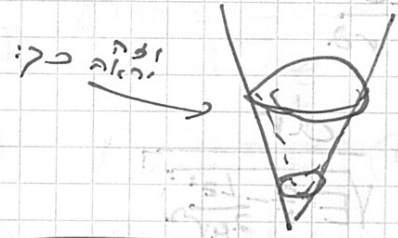


$$\frac{dU_{eff}}{dr} = 0 \rightarrow \left. \frac{dU}{dr} \right|_{r=r_{min}} = 0$$



$$\Theta = \frac{L_z}{\sqrt{2}} \int \frac{dr}{r^2 \sin^2 \alpha \sqrt{E - U_{eff}(r)}}$$

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{r})^2 + \frac{m}{2} (r \sin \alpha \dot{\Theta})^2 - mg r \cos \alpha$$

$$m r^2 \sin^2 \alpha \dot{\Theta} = L_z$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} - \frac{\partial L}{\partial r} = 0$$

$$m \ddot{r} - m r \sin^2 \alpha \dot{\Theta}^2 + mg \cos \alpha = 0$$

$$m \ddot{r} - m r \sin^2 \alpha \left(\frac{L_z}{m r^2 \sin^2 \alpha} \right)^2 + mg \cos \alpha = 0$$

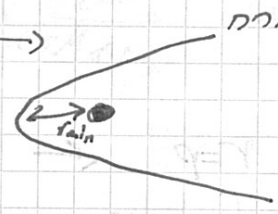
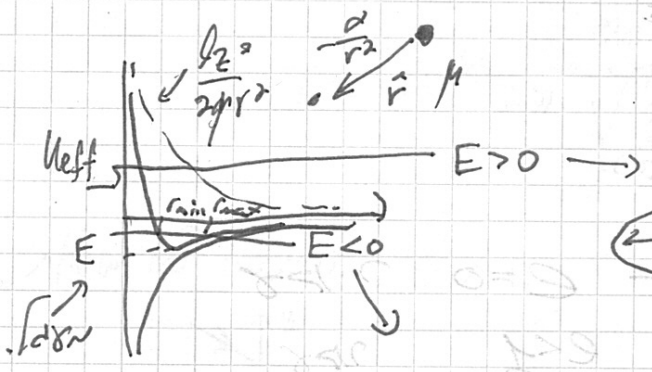
$$m \ddot{r} - \frac{L_z^2}{m r^3 \sin^2 \alpha} + mg \cos \alpha = 0$$

$$U_{eff} = \frac{\alpha}{r} \quad \text{קשר קטור}$$

כיוון $\alpha < 0$
 כיוון $\alpha > 0$

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r} \quad \alpha > 0 \quad \text{קשר קטור}$$

יש לשים לב לקטור:



בנים ולא כוח
 (כוח) כן

$$\Theta = \frac{Lz}{\sqrt{2\mu}} \int \frac{1}{r^2 \sqrt{E - U_{\text{eff}}(r)}} dr + \text{Const}$$

$$U_{\text{eff}}(r) = -\frac{\mu k}{r} + \frac{Lz^2}{2\mu r^2}$$

$$\Theta = \frac{Lz}{\sqrt{2\mu}} \int \frac{1}{r^2 \sqrt{E - \frac{\mu k}{r} + \frac{Lz^2}{2\mu r^2}}} dr$$

$$\Theta - \Theta' = \int \frac{dr}{r^2 \sqrt{\frac{2\mu E}{Lz^2} + \frac{2\mu k}{Lz^2} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r^2}\right)}}$$

$$\frac{1}{r} = u \Rightarrow -\frac{1}{r^2} dr = du$$

$$\Theta - \Theta' = - \int \frac{du}{\sqrt{\frac{2\mu E}{Lz^2} + \frac{2\mu k}{Lz^2} u - u^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{A+Bx+Cx^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{A+A-(x-\frac{B}{2C})^2 - \frac{B^2}{4C}}} = \int \frac{dx}{\sqrt{A - \left(\frac{x-\frac{B}{2C}}{\sqrt{A-\frac{B^2}{4C}}}\right)^2}}$$

$$\dots \int \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}}$$

$$\Theta - \Theta' = \arccos \left(\frac{-\frac{2\mu k}{Lz^2} - 2\frac{1}{r}}{\sqrt{\frac{4\mu^2 k^2}{Lz^4} + \frac{8\mu E}{Lz^2}}}\right)$$

$$\text{Parameter} \rightarrow P = \frac{Lz^2}{\mu k}$$

$$\text{eccentricity} \rightarrow e = \sqrt{1 + \frac{2ELz^2}{\mu k^2}}$$

$$\frac{P}{r} = 1 + e \cos(\Theta - \Theta')$$

$$r = \frac{P}{1 + e \cos(\Theta)}$$

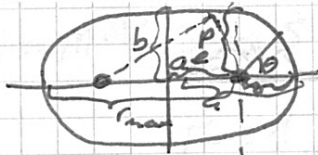
$$r=P \leftarrow e=0 \rightarrow \text{circle}$$

$$\text{היפרבולה} \quad e < 1 \quad \text{מעגל}$$

$$\text{כלי סוס} \quad E < 0 \quad \leftarrow$$

$$e > 1 \rightarrow \text{היפרבולה} \quad E > 0$$

$$e=1 \quad \text{מעגל}$$



$a \rightarrow$ semi-major axis

$b \rightarrow$

$\therefore \frac{b}{a} = \sqrt{1-e^2}$

$$a = \frac{p}{1-e^2} \quad b = \frac{p}{\sqrt{1-e^2}}$$

$$r_{\min} = a(1-e) \quad r_{\max} = a(1+e)$$

במרחב דו-ממדי $\mu \frac{dA}{dt} = L_z$

$$\mu \frac{dA}{dt} = L_z$$

$$\int \mu dA = \int L_z dt$$

$$\mu A = L_z T \quad A = \pi ab$$

$$T = \frac{\mu \pi ab}{L_z}$$

$$T = \frac{\mu \pi a}{L_z} \frac{L_z}{\sqrt{2\mu|E|}}$$

$$T = \frac{\sqrt{2\mu} a \pi}{\sqrt{|E|}}$$

$$T = \frac{a \pi \sqrt{2\mu}}{\sqrt{\frac{\alpha}{2a}}} \Rightarrow T = a^{3/2} 2\pi \sqrt{\frac{\mu}{\alpha}}$$

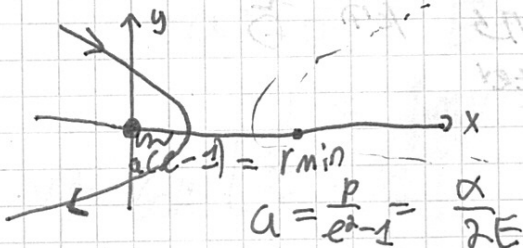
$$\alpha = G M_1 M_2$$

$$\mu = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$$

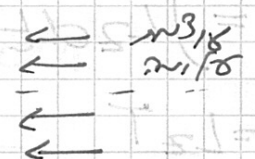
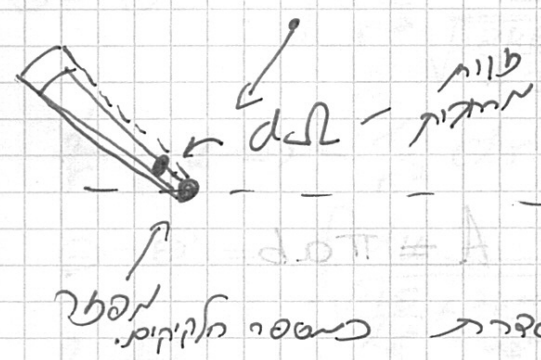
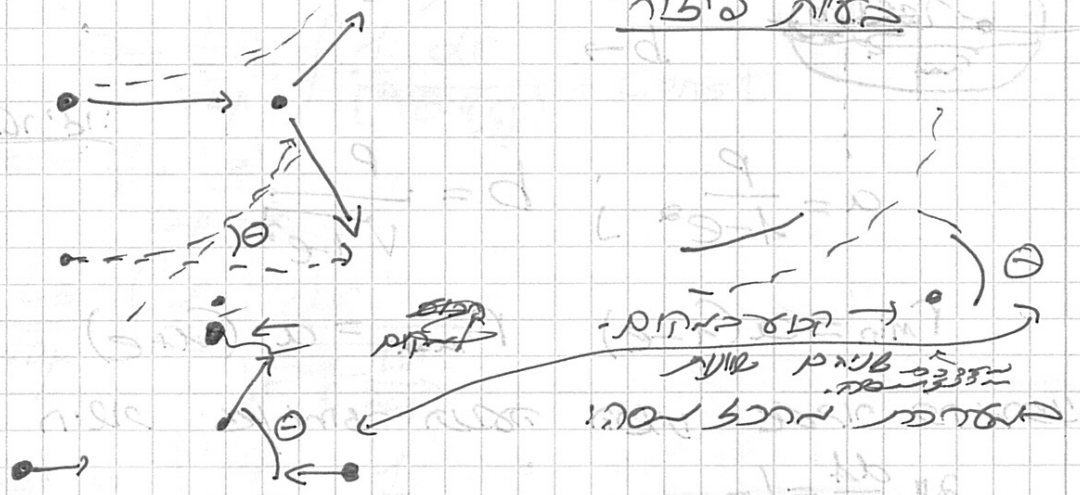
$$T = a^{3/2} 2\pi \sqrt{\frac{\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}}{G M_1 M_2}} = a^{3/2} 2\pi \sqrt{\frac{1}{G M_1 (1 + \frac{M_2}{M_1})}}$$

במרחב דו-ממדי $e > 1$

$E > 0$



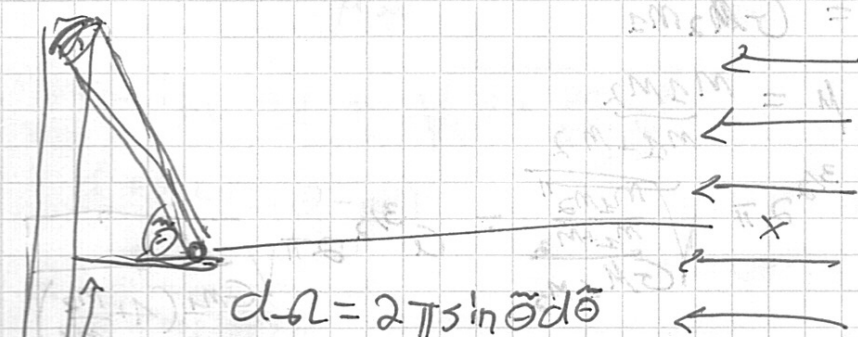
כמות סיבוב



כמות סיבוב I מן הלקוח נאמר כמות סיבוב
 סיבוב של הלקוח של.
 כמות סיבוב של הלקוח של כמות סיבוב של הלקוח של
 סיבוב של הלקוח של.

$\sigma(\theta) d\Omega$

התפרסם (אולי) כמות סיבוב של הלקוח של
 כמות סיבוב של הלקוח של
 כמות סיבוב של הלקוח של
 differential cross section.



$d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$

כמות סיבוב של הלקוח של
 כמות סיבוב של הלקוח של
 כמות סיבוב של הלקוח של
 Impact parameter

$$L_z = m \cdot v_0 \cdot s = s \sqrt{2mE}$$

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$|2\pi s ds I| = |2\pi s \sin \theta \sigma(\theta) d\theta I|$$

על פי חוקי קופרניקוס

התנאי הראשון $r < 3r$

$$2\pi s ds I = \sigma(\theta) 2\pi s \sin(\theta) I d\theta$$

$$0 > \frac{d\theta}{ds} = \frac{s}{\sigma(\theta) s \sin(\theta)}$$

$$2\pi s ds I ds = -\sigma(\theta) 2\pi s \sin(\theta) I d\theta \quad \mu r$$

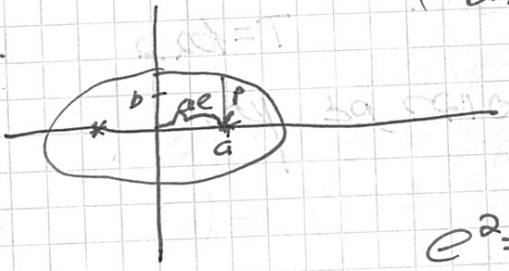
$$\sigma(\theta) = -\frac{s}{\sin(\theta)} \frac{ds}{d\theta}$$

המשוואה (1) מראה כי $\frac{ds}{dt} = \frac{J}{2m} = \text{const}$ (חוקי קופרניקוס: 1) וכן כמות התנע הזוויתי J נשמרת.

$$\frac{ds}{dt} = \frac{J}{2m} = \text{const} \quad (2)$$

$$\left(\frac{J}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{GM_s} \quad (3)$$

eccentricity e - עקביות



$$e^2 = 1 + \frac{2EJ^2}{mk^2} \quad V_{\text{orb}} = -\frac{k}{r}$$

מסקנה: $0 < e < 1$ עבור אובייקט מסתובב

$e = 1$: פרבולה

$e > 1$: היפרבולה

צורת המסלול תלויה באנרגיה E .

$$a = \frac{k}{2E} \quad E = -\frac{GMm}{2a}$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r}$$

$$v^2 = GM \left[\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right] \quad \text{משוואת קפלר}$$