

מרכבות תרגיל 4

1. חשבו  $\int_{\gamma} z \sin x dz$  כאשר  $x = \operatorname{Re} z$  ו- $\gamma$  מסילה המורכבת משלושה קטעים ישרים: מ- $i$  ל- $0$ , מ- $0$  ל- $1-i$  ומ- $1-i$  ל- $1+i$ .

2. חשבו  $\int_{\gamma} [\sin z + \bar{z}] dz$  כאשר  $\gamma$  היא המסילה המוגדרת ע"י  $z(t) = \begin{cases} e^{it} & -\pi \leq t \leq 0 \\ 1-2t & 0 \leq t \leq 1 \end{cases}$

3. חשבו  $\int_{\gamma} \frac{\bar{z}^3 - 8}{\bar{z} - 2} dz$  כאשר  $\gamma$  היא המסילה שמורכבת מהקטע הישר מ- $i$  עד  $0$ , ואח"כ הקטע הישר מ- $0$  עד  $1$ .

4. השתמשו במשפט ההערכה (חסם  $ML$ ) כדי להוכיח את אי השוויונות הבאים:

א.  $\left| \int_{\gamma} (e^z - e^{\bar{z}}) dz \right| \leq 2(\pi + 2)e$  כאשר  $\gamma$  היא המסילה המורכבת משלושת הקטעים

הישרים: מ- $1-i$  ל- $1+\frac{\pi}{2}i$ , מ- $1+\frac{\pi}{2}i$  ל- $1+\frac{\pi}{2}i-1$  ומ- $1+\frac{\pi}{2}i-1$  ל- $1-i$

ב.  $\left| \int_{\gamma} \frac{2-z}{2+\bar{z}} dz \right| \leq 3\pi + 6$  כאשר  $\gamma$  היא המסילה המורכבת מחצי המעגל (עם רדיוס  $1$  ומרכז

באפס) מ- $1-i$  ל- $-1-i$  ומהקטע הישר מ- $-1-i$  ל- $1-i$

5. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה:

לכל פונקציה אנליטית,  $f(z)$  ולכל מסילה חלקה  $\gamma$  מתקיים

$$\operatorname{Re}\left(\int_{\gamma} f(z)dz\right) = \int_{\gamma} \operatorname{Re} f(z)dz$$