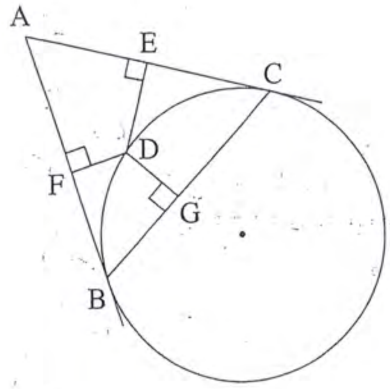
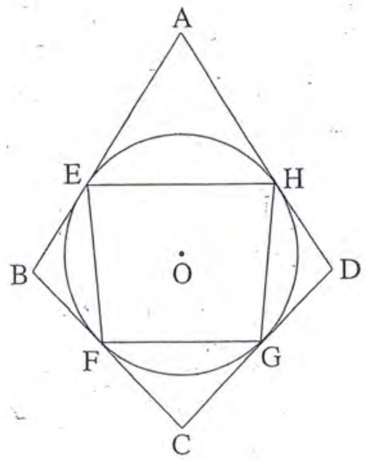
חורף תשע"ב , שאלון 035005

3. מנקודה A שמחוץ למעגל יוצאים שני ישרים
המשיקים למעגל בנקודות B ו־ C .
מנקודה D , שעל הקשת הקטנה BC ,
מורידים אנכים ל־ AC , ל־ AB ול־ BC .
האנכים חותכים את AC , את AB ואת BC
בנקודות F , E ו־ G בהתאמה (ראה ציור).
א. הוכח כי $\triangle DFB \sim \triangle DGC$.
ב. הוכח כי $DF \cdot DE = DG^2$.

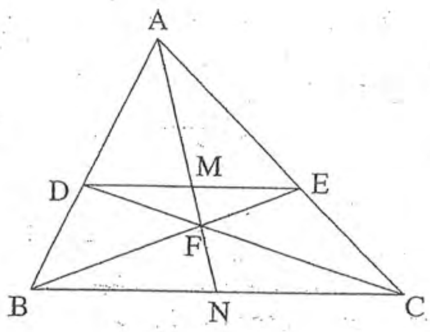


4. הצלעות של הדלתון ABCD ($AB = AD$)
משיקות למעגל שמרכזו O
בנקודות H , G , F , E (ראה ציור).
הוכח:
א. $EF = GH$.
ב. $EH \parallel FG$.

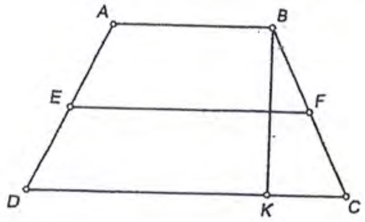


חורף תשע"ב , שאלון 035806

4. במשולש ABC הנקודות D ו־ E
נמצאות על הצלעות AB ו־ AC בהתאמה
כך ש־ $DE \parallel BC$.
CD ו־ BE נחתכים בנקודה F .
AF חותך את DE בנקודה M ,
והמשכו חותך את BC בנקודה N (ראה ציור).
הוכח:
א. $\frac{DM}{BN} = \frac{EM}{CN}$.
ב. $\frac{EM}{BN} = \frac{DM}{CN}$.
ג. $DM = EM$ ו־ $BN = CN$.



חורף תשע"ב, מועד מיוחד, שאלון 035005



3. בטרפז שווה־שוקיים $ABCD$ $(AB \parallel DC)$,

BK הוא גובה לבסיס DC.

EF הוא קטע אמצעים.

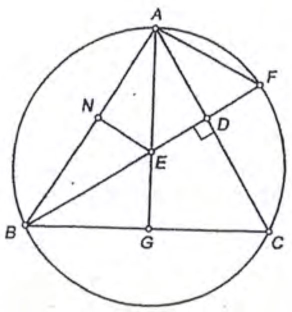
א. הוכח כי המשולש KFC הוא שווה־שוקיים.

ב. הוכח כי המרובע $EFKD$ הוא מקבילית.

ג. נתון: $DC = 2\,AB$.

חשב את היחס בין שטח המרובע $ABFE$ לבין שטח המרובע $EFCD$.

תשובה: $\frac{5}{7}$



4. משולש חד־זוויות ABC חסום במעגל.

BD הוא הגובה לצלע AC,

והמשכו חותך את המעגל בנקודה F.

הנקודה E נמצאת על הקטע BD כך ש־ $AE = AF$.

המשך AE חותך את BC בנקודה G.

א. **(1)** הוכח כי $\angle EAD = \angle FBC$.

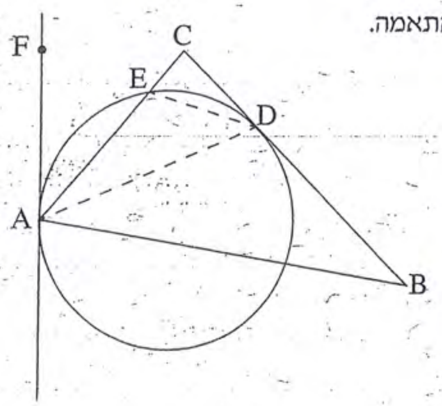
(2) הוכח כי AG הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC.

ב. נתון: $\frac{BG}{AD} = \frac{3}{2}$. N נקודה על AB כך ש־ EN הוא חוצה־זווית $\angle AEB$.

מצא את היחס $\frac{BN}{NA}$.

תשובה: $\frac{3}{2}$

קיץ תשע"ב, שאלון 035005



3. BC ו־ AF משיקים למעגל בנקודות D ו־ A בהתאמה.

AC חותך את המעגל בנקודה E (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle FAC = \sphericalangle ABC = \alpha$

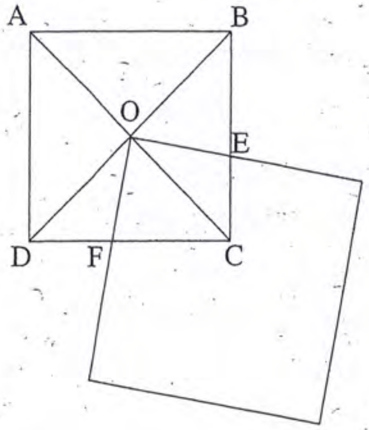
א. הוכח כי $\sphericalangle ADE = \sphericalangle ABC$.

ב. הוכח כי AD חוצה־זווית BAC.

ג. הוכח כי $AD^2 = AE \cdot AB$.

- 45 - תסב

4. נתון ריבוע ABCD .



אלכסוני הריבוע נפגשים בנקודה O .

בנקודה O נמצא קדקוד של ריבוע אחר.

שתי צלעות סמוכות של הריבוע האחר חותכות את

הצלעות BC ו־ DC בנקודות E ו־ F בהתאמה

(ראה ציור).

א. הוכח כי $\Delta OEC \cong \Delta OFD$.

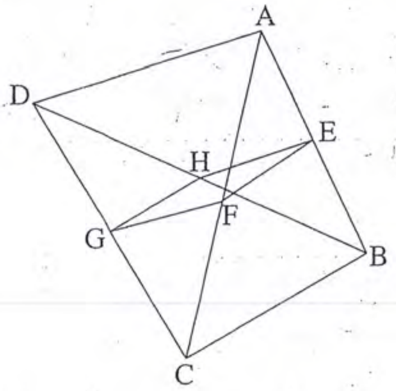
ב. נתון כי שטח הריבוע ABCD הוא 100 סמ"ר.

חשב את שטח המרובע OFCE .

תשובה: ב. 25 סמ"ר

קיץ תשע"ב, שאלון 035804

4. במרובע ABCD נקודה E היא אמצע הצלע AB ,



ונקודה G היא אמצע הצלע DC .

נקודה F היא אמצע האלכסון AC ,

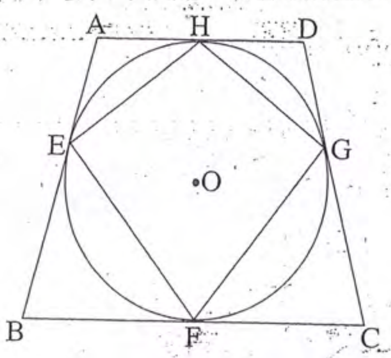
ונקודה H היא אמצע האלכסון DB (ראה ציור).

הוכח:

א. $EF \parallel HG$.

ב. $\Delta EHG \cong \Delta EFG$.

5. נתון טרפז שווה־שוקיים ABCD ($AD \parallel BC$) .



צלעות הטרפז משיקות למעגל שמרכזו O

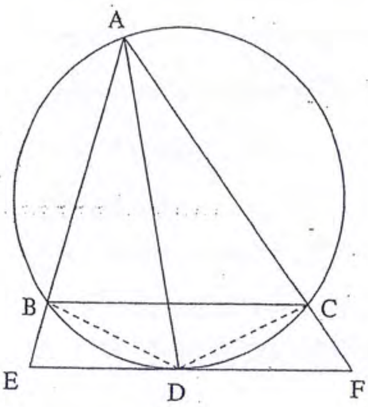
בנקודות E , F , G ו־ H (ראה ציור).

הוכח:

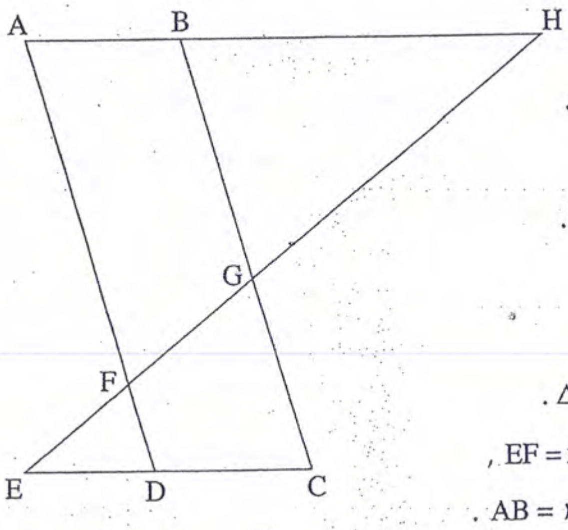
א. $\Delta BOF \cong \Delta COF$.

ב. המרובע EHGF הוא דלתון.

4. נתון כי במשולש AEF חוצה־זווית EAF הוא AD.
D היא נקודת ההשקה של הצלע EF למעגל, החותך את הצלעות AE ו־ AF בנקודות B ו־ C בהתאמה.
המעגל עובר גם דרך קדקוד A (ראה ציור).
הוכח:
א. $BC \parallel EF$.
ב. $\triangle ABD \sim \triangle DCF$.
ג. $AD \cdot BD = DF \cdot AB$.



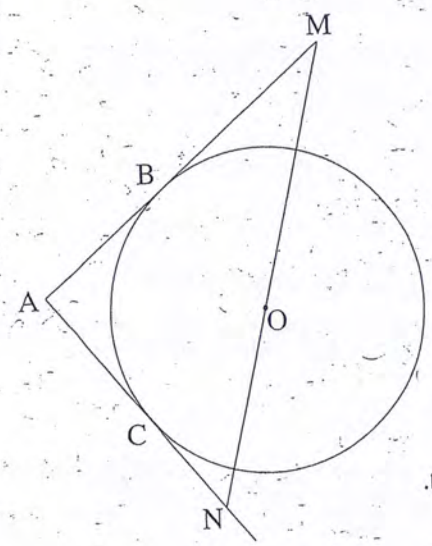
5. נתונה מקבילית ABCD.
E ו־ H הן נקודות על המשכי הצלעות CD ו־ AB בהתאמה.
EH חותך את AD ואת BC בנקודות F ו־ G בהתאמה (ראה ציור).
נתון: $ED = EF$.
א. (1) הוכח כי $HG = HB$.
(2) הוכח כי $\triangle AGH \cong \triangle FBH$.
ב. נתון גם: $FD =$ 2 ס"מ , $EF =$ 3 ס"מ ,
$BG =$ 7 ס"מ , $AB =$ 4 ס"מ .
(1) מצא את האורך של BH.
(2) מצא את היחס $\frac{AF}{GC}$.



תשובות: ב. (1) $BH = 10,5$ ס"מ (2) $\frac{AF}{GC} = \frac{29}{14}$

קיץ תשע"ב, מועד ב, שאלון 035005

3. מנקודה A יוצאים שני ישרים המשיקים למעגל שמרכזו O, בנקודות B ו־C.
ישר העובר דרך מרכז המעגל חותך את המשך AC בנקודה N ואת המשך AB בנקודה M (ראה ציור).



א. הוכח את המשפט: הקטע AO, המחבר את מרכז המעגל לנקודה שממנה יוצאים שני משיקים למעגל, חוצה את הזווית שבין המשיקים.

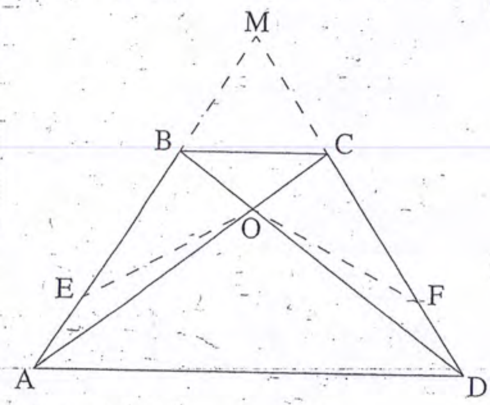
נתון: $AM \perp AN$, $MO = 8$ ס"מ, $NO = 6$ ס"מ.

ב. (1) מצא את היחס $\frac{AM}{AN}$. נמק.

(2) מצא את אורך הניצב AN במשולש ישר־הזווית MAN.

תשובה: ב. (1) $\frac{4}{3}$ (2) 8.4 ס"מ

4. נתון טרפז שווה־שוקיים ABCD $(BC \parallel AD)$ (ראה ציור).



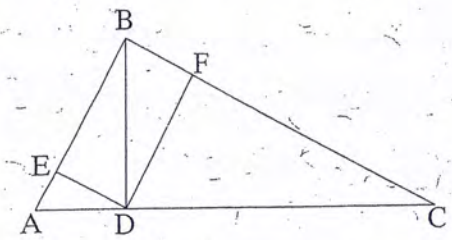
א. הוכח כי $\triangle ABD \cong \triangle DCA$.

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O.
E ו־F הן נקודות על שוקי הטרפז, כך ש־ $AE = DF$.

ב. (1) הוכח כי $AO = DO$.
(2) הוכח כי $EO = FO$.

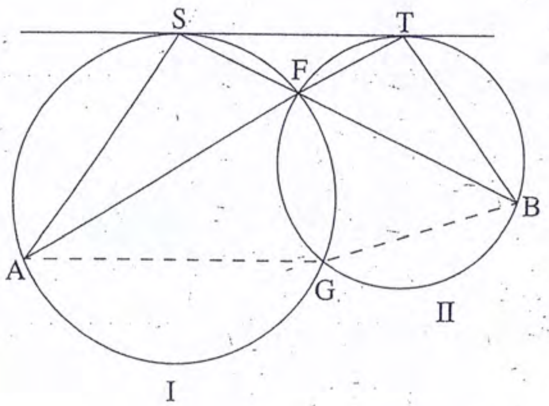
ג. (1) המשכי השוקיים AB ו־DC נפגשים בנקודה M.
הוכח כי $MB = MC$.
(2) הוכח כי $EF \parallel AD$.

קיץ תשע"ב, מועד ב, שאלון 035804



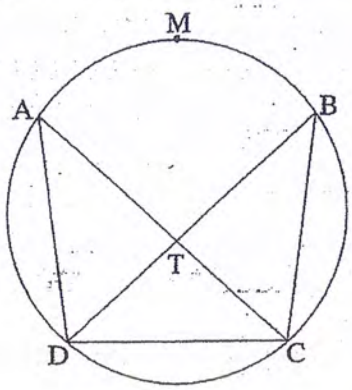
4. נתון משולש ישר־זווית ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$).
BD הוא גובה המשולש ליתר AC.
F היא נקודה על BC כך ש־ $DF \perp BC$.
E היא נקודה על BA כך ש־ $DE \perp BA$
(ראה ציור).
א. הוכח כי EF ו־ BD שווים זה לזה וחוצים זה את זה.
ב. הוכח כי $ED^2 = DF \cdot AE$.

קיץ תשע"ב, מועד מיוחד, שאלון 035806



4. שני מעגלים I ו־ II נחתכים
בנקודות G ו־ F.
הישר ST משיק למעגל I בנקודה S,
ולמעגל II בנקודה T.
המשך SF חותך את מעגל II
בנקודה B, והמשך TF חותך את
מעגל I בנקודה A (ראה ציור).
א. הוכח כי $\frac{ST}{AS} = \frac{TB}{ST}$.
ב. (1) הוכח כי $\sphericalangle AGF = \sphericalangle SFA + \sphericalangle SAF$.
(2) הוכח כי אם הנקודות A, G ו־ B נמצאות על ישר אחד, אז $\sphericalangle SFA = 60^\circ$.

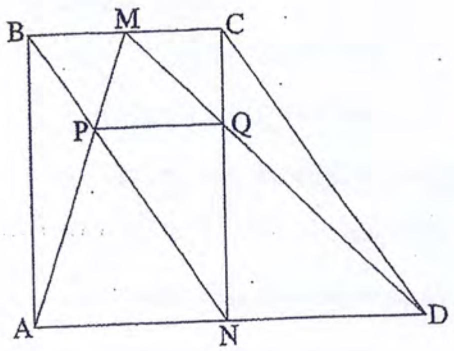
מועד מיוחד, יולי 2012, שאלון 035005



3. A, B, C ו־ D הן נקודות על מעגל,
כמתואר בציור.
נתון: $AD = BC$.
א. הוכח כי $\triangle ADC \cong \triangle BCD$.
T היא נקודת החיתוך של המיתרים AC ו־ BD.
M היא אמצע הקשת $\overset{\frown}{AB}$.
ב. הוכח כי AMBT הוא דלתון.
ג. נתון כי $\overset{\frown}{MBC} = 150^\circ$.
חשב את $\sphericalangle DBC$.

תשובות! ג.

4. בציור שלפניך טרפז ABCD ‏(BC ∥ AD).



נתון: M ו־ N הם אמצעי הבסיסים,

P היא נקודת החיתוך של BN ו־ AM,

Q היא נקודת החיתוך של MD ו־ CN.

א. הוכח כי:

(1) $\frac{MC}{ND} = \frac{MQ}{QD}$

(2) $\frac{MC}{ND} = \frac{MP}{PA}$

ב. הוכח כי PQ ∥ AD.

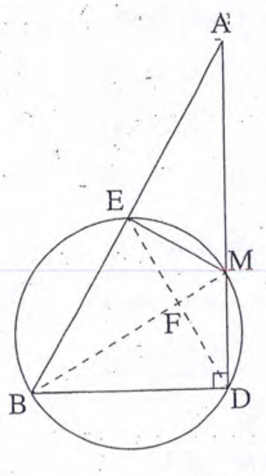
ג. נתון: BC = 6 ס"מ, PQ = 4 ס"מ.

חשב את האורך של AD.

תשובה: 8.

מועד תשע"ג, שאלון 035005!

3. נתון משולש ישר־זווית ABD ‏($\sphericalangle ADB = 90^o$).



נקודה E נמצאת על היתר AB

ונקודה M נמצאת על הניצב AD.

המרובע EMDB חסום במעגל.

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה F (ראה ציור).

נתון: FM = 3 ס"מ, BF = 9 ס"מ, EM = 6 ס"מ.

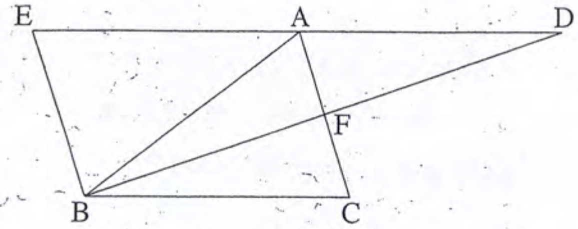
א. (1) הוכח כי קוטר המעגל החוסם את המרובע EMDB הוא $2 \cdot EM$.

(2) מהו גודל הזווית ההיקפית התדה הנשענת על המיתר EM? נמק.

ב. נתון גם כי אלכסוני המרובע EMDB מאונכים זה לזה.

(1) הוכח כי $\sphericalangle EBM = \sphericalangle MBD$.

(2) הוכח כי $AM = 2 \cdot MD$.



4. BF הוא תיכון לצלע AC במשולש ABC.

נקודה D נמצאת על המשך BF ומתקיים $DF = FB$ (ראה ציור).

א. הוכח כי המרובע ADCB הוא מקבילית.

ב. נקודה E נמצאת על המשך DA, ומתקיים $DA = AE$ (ראה ציור).

הוכח כי CE חוצה את הצלע AB.

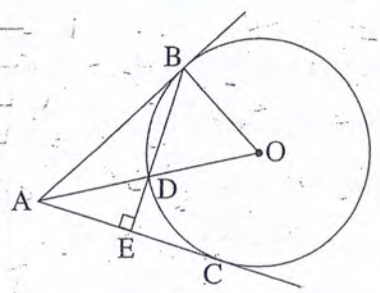
ג. נתון גם כי $EB \perp BD$.

הוכח כי משולש ABC הוא שווה־שוקיים.

ד. אם נתון כי משולש ABC הוא שווה־צלעות, מצא את גודל הזווית ADF.

תשובה: ד. $\sphericalangle ADF = 30^\circ$

חורף תשע"ב, שאלון 035804!



4. מנקודה A יוצא ישר המשיק בנקודה B למעגל שמרכזו O.

הקטע AO חותך את המעגל בנקודה D (ראה ציור).

א. הוכח כי $\sphericalangle BOD = 2 \cdot \sphericalangle ABD$.

מנקודה A יוצא עוד ישר המשיק למעגל בנקודה C.

המשך המיתר BD חותך את AC בנקודה E (ראה ציור).

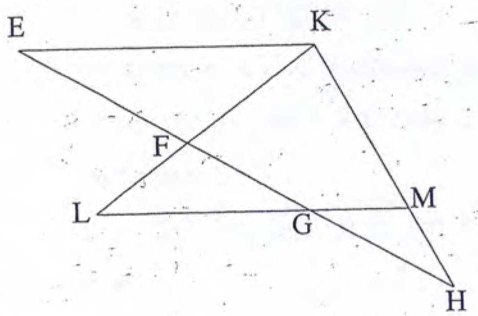
נתון כי $BE \perp AC$.

ב. (1) הוכח כי $\sphericalangle BOD = 2 \cdot \sphericalangle DAE$.

(2) הוכח כי $BD = AD$.

פרק 3

חורף תשע"ג, שאלון 035806!



4. נתון משולש KHE. נקודות M ו־ G נמצאות על הצלעות KH ו־ EH בהתאמה כך ש־ $GM \parallel EK$.

נקודה F נמצאת על הצלע EH.

המשכי הקטעים GM ו־ FK נפגשים בנקודה L (ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle KML = \sphericalangle KFH$.

א. הוכח כי $\triangle KHE \sim \triangle FLG$.

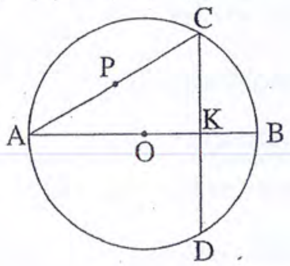
ב. נתון גם: $\frac{EF}{GE} = \frac{3}{5}$, $EH = 12.5$ ס"מ , $LG = 5$ ס"מ.

(1) מצא את האורך של EK.

(2) מצא את היחס $\frac{MH}{KH}$.

תשובה: ב' (1) $EK = 7.5$ ס"מ , (2) $\frac{MH}{KH} = \frac{2}{5}$

קיץ תשע"ג, שאלון 035005!



3. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו בנקודה O.

הקוטר AB חותך את המיתר CD בנקודה K, כמתואר בציור.

הנקודה K היא אמצע המיתר CD,

והנקודה P היא אמצע המיתר AC.

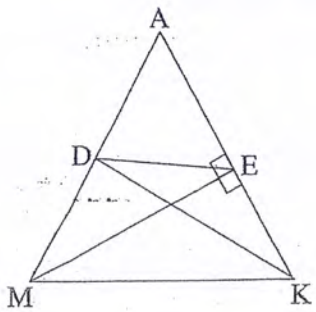
נתון: $AC = CD$.

א. הוכח: $\triangle APO \cong \triangle DKB$.

ב. הוכח: המשולש POK הוא שווה שוקיים.

ג. הבע את אורך הקטע OK ואת אורך המיתר CD באמצעות רדיוס המעגל R.

תשובה: ג': $OK = \frac{1}{2}R$, $CD = \sqrt{3} \cdot R$



4. במשולש שווה־שוקיים AMK ($AM = AK$)

KD הוא תיכון לשוק AM,

ו־ ME הוא גובה לשוק AK (ראה ציור).

א. הוכח כי $\sphericalangle DAE = \sphericalangle DEA$.

ב. אם נתון גם כי $MK = 2 \cdot DE$:

(1) מהו הגודל של $\sphericalangle MAK$? נמק. 60^0

(2) הוכח כי $DE \parallel MK$.

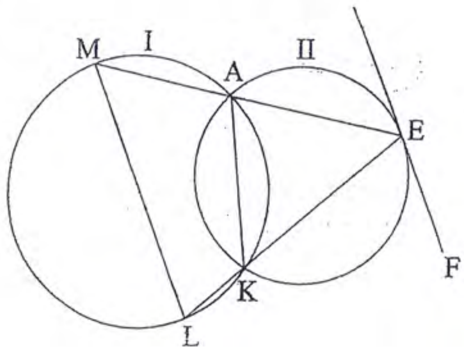
(3) ME ו־ DK נחתכים בנקודה P.

מצא פי כמה גדול היקף המשולש MPK מהיקף המשולש EPD.

פי 2

קיץ תשס"ג, שאלון 035804!

4. מרובע AKLM חסום במעגל I.



דרך קדקודים A ו־ K העבירו מעגל II.

המשכי הצלעות MA ו־ LK נפגשים בנקודה E שעל המעגל II.

הישר FE משיק למעגל II בנקודה E (ראה ציור).

א. הוכח כי הישר FE מקביל למיתר LM.

ב. הוכח כי $\Delta AEK \sim \Delta LEM$.

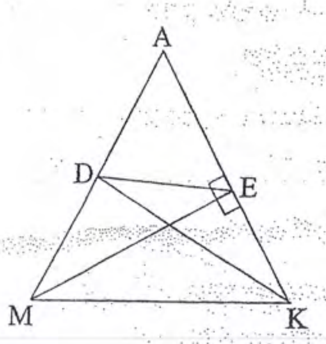
ג. נתון: AE = 6 ס"מ , KE = 7 ס"מ , KL = 2 ס"מ.

(1) חשב את היחס בין שטח המשולש AEK לשטח המשולש LEM.

(2) חשב את היחס בין שטח המשולש AEK לשטח המרובע AKLM.

תשובה: ג. (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{4}{5}$

5. במשולש שווה־שוקיים AMK (AM = AK)



KD הוא תיכון לשוק AM,

ו־ ME הוא גובה לשוק AK (ראה ציור).

א. הוכח כי $\sphericalangle DAE = \sphericalangle DEA$.

נתון: $AM = 2b$, $\sphericalangle MAK = 2\alpha$.

ב. הבע באמצעות b ו־ α את שטח המשולש ADE.

ג. אם נתון גם כי $MK = 2 \cdot DE$:

(1) חשב את α.

(2) הוכח כי $DE \parallel MK$.

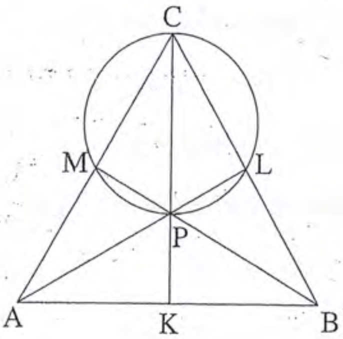
תשובה: ב. $\frac{1}{2} b^2 \sin 4\alpha$

ג. (1) $\alpha = 30^\circ$

קיץ תשנ"ג, שאלון 035806!

4. א. הוכח כי אם במשולש שני תיכונים שווים זה לזה, המשולש הוא שווה־שוקיים.

ב. במשולש ABC הנקודות L , M ו־ K הן אמצעי הצלעות CA , CB ו־ AB בהתאמה. הנקודה P היא נקודת מפגש של התיכונים במשולש, ונתון שהיא נמצאת על מעגל העובר דרך הנקודות L , M ו־ C (ראה ציור).

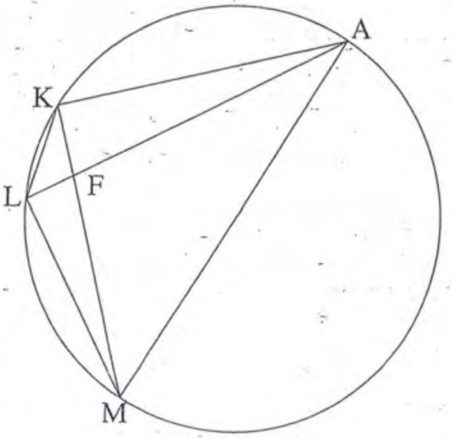


נתון גם כי $AL = BM$.

(1) הוכח כי $BM \perp AC$.

(2) הוכח כי $AK = AM$.

5. מרובע AKLM חסום במעגל. AM הוא קוטר. אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה F (ראה ציור).



נתון: $ML = 30$ ס"מ , $FL = a$ ס"מ

שטח המשולש ALK קטן פי 3 משטח המשולש ALM.

א. מצא את אורך הגובה לצלע LA במשולש ALK.

ב. הבע באמצעות a את אורך הקטע KF.

ג. הוכח כי $\Delta AFM \sim \Delta KFL$.

ד. נתון גם: $AF = 42.5$ ס"מ , $ML > a$.

מצא את a.

תשובה: א. 10 ס"מ ב. $KF=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{a^2\pm 900}$

ד. $a = 7.5$ ס"מ