תרגיל 4

1. א. מצאו בצורה מפורשת שתי העתקות ליניאריות $T,S:R^3 \to R^3$ כך ש-
$Ker(T)=span\{(1,3,7),(2,5,6)\}$ וכן $\operatorname{Im}T=span\{(1,2,3)\}$.
ב. מצאו את ההצגה המטריציות של ההעתקות שמצאתם לפי בסיס כלשהו B (הנוח לכם ביותר) $[T]_B,[S]_B$ וכן את $[TS]_B$.

2. תהי $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ העתקה ליניארית שהצגת ביחס לבסיס $S=\{(1,0,0),(1,0,2),(1,1,1)\}$ היא: $[T]_S=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&0&3\\0&0&0\end{pmatrix}$

א. עבור הווקטור $v=(0,1,-5)$ (בבסיס סטנדרטי) ב- R^3 חשב את $T(v)$ (גם בבסיס סטנדרטי).
ב. מצא בסיס לגרעין ולתמונה של T.

3. יהי $a\in\mathbb{R}$ ותהי $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ טרנספורמציה לינארית המיצוצגת בבסיס סדור $B=\{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$

על ידי המטריצה
$$[T]_B=\begin{pmatrix}a&1-a&0\\a&2a&2a+2\\a+1&a+1&2a+2\end{pmatrix}$$

נתון כי $(2,2,2)\in KerT$.

א. מצא את הערך הקבוע של a וחשב את $T(x,y,z)$ לכל $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$.

ב. מצא את המטריצה המייצגת של T על פי הבסיס הסטנדרטי של $\mathbb{R}^3$.

ג. מצא בסיסים לגרעין ולתמונה של T. (השתמש במטריצה המייצגת).

ד. מצא את וקטור הקואורדינטות של $T(2,-2,1)$ לפי הבסיס B.

בונוס:

יהי V מרחב וקטורי בעל מימד סופי מעל שדה F. ותהי $T:V\to V$ העתקה לינארית. אזי קיים $0<n$ כך ש:

$Ker(T^n)\cap Im(T^n)=\{0\}$.