

## תרגיל 2 אינפי 1 למדמ"ח

### אינפניטיסימלים

בכל התרגיל  $H, K$  אינסופיים חיוביים ו  $\epsilon, \delta$  אינפניטיסימלים חיוביים.

1. הוכיחו את הטענות הבאות:

(א)  $\frac{1}{H}$  הוא אינפניטיסימל.

(ב) אם  $x, y$  הם אינפניטיסימלים אז  $xy$  הוא אינפניטיסימל.

(ג) אם  $H$  אינסופי ו  $b$  סופי חיובי שאינו אינפניטיסימל הוכיחו כי  $Hb$  אינסופי חיובי.

(ד) אם  $a, b$  מספרים סופיים אז  $ab$  סופי.

(ה)  $\frac{H}{K}$  יכול לצאת אינפניטיסימל, מספר סופי שאינו אינפניטיסימל או מספר אינסופי.

2. קבעו עבור כל אחד מהמספרים הבאים אם הוא:

- אינפניטיסימלי.
- אינסופי.
- סופי שאינו אינפניטיסימל.
- לא ניתן לקבוע.

הוכיחו קביעתכם. (במקרה שלא ניתן לקבוע הדגימו שיכולים לצאת מצבים שונים)

(א)  $\sqrt{H+1} - \sqrt{H}$

(ב)  $\frac{H+4+\epsilon}{H^2+2\epsilon}$

(ג)  $\frac{\sqrt{4+\epsilon}-2}{\epsilon}$

(ד)  $H\epsilon$

(ה)  $H(\sqrt{3+\frac{1}{H}} - \sqrt{3})$

(ו)  $\frac{\sqrt{H}}{\sqrt{H+1} + \sqrt{H+2}}$

(ז)  $\sqrt[3]{H} - \sqrt[3]{H+1}$  (רמז:  $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$ )

(ח)  $\frac{(3+\epsilon)(4+\delta) - 12}{\epsilon\delta}$

(ט)  $\frac{H+K}{\sqrt{H^2+K^2}}$  (רמז: חלקו מונה ומכנה ב  $H$  והפרידו למקרים)

(י)  $\frac{H + \sin H}{H - \cos H}$

3. יהיו  $a, b \in \mathbb{R}$ . עבור אילו ערכי  $a, b$  המספר

$$\frac{aH^2 - 2H + 5}{bH^2 + H - 2}$$

הוא

(א) אינפיניטיסימל.

(ב) אינסופי.

(ג) סופי אך לא אינפיניטיסימל.

4. בכל אחד מהסעיפים הבאים סדרו את המספרים בסדר עולה, הוכיחו קביעותיכם.

$$(א) \quad 4 + 6\epsilon^2, \quad -\frac{1}{8\epsilon}, \quad 0, \quad 4 + 2\epsilon, \quad 7$$

$$(ב) \quad 7, \quad 0, \quad H^2 - H, \quad \frac{1}{3H}, \quad \frac{1}{5H^2}, \quad H - H^2$$