

תרגיל 3 אינפי 3 תשע"ו

2 בנובמבר 2015

1. תהי $X \subseteq \mathbb{R}^n$ קבוצה קומפקטית, ויהי $\{A_i\}_{i \in I}$ אוסף של קבוצות סגורות שאיחודן הוא X . נניח שלכל אוסף סופי $\{A_{i_k}\}_{k=1}^m$ מתקיים: $\bigcap_{k=1}^m A_{i_k} \neq \emptyset$. הוכיחו:

$$\bigcap_{i \in I} A_i \neq \emptyset$$

2. יהי X מרחב מטרי, ותהיינה $A, B \subseteq X$. הוכיחו או הפריכו:

$$cl(A \cap B) \subseteq cl(A) \cap cl(B) \quad (\text{א})$$

$$cl(A \cap B) \supseteq cl(A) \cap cl(B) \quad (\text{ב})$$

$$int(A \cup B) \subseteq int(A) \cup int(B) \quad (\text{ג})$$

$$int(A \cup B) \supseteq int(A) \cup int(B) \quad (\text{ד})$$

3. יהי X מרחב מטרי. יהי $a \in X$ ויהי $r > 0$.

$$cl(B(a, r)) = B[a, r] \quad (\text{א}) \text{ הוכיחו שאם } X \text{ מרחב נורמי, אזי}$$

$$cl(B(a, r)) = B[a, r] \quad (\text{ב}) \text{ מצאו דוגמה נגדית למקרה בו } X \text{ אינו מרחב נורמי.}$$

4. יהי X מרחב מטרי ותהי $A \subseteq X$. האם $cl(int(A)) = cl(A)$?

5. יהי X מרחב מטרי. ותהיינה $A, B \subseteq X$ קבוצות קשירות.

(א) האם $int(A)$ קשירה?

(ב) נניח ש- $A \cap B \neq \emptyset$. האם $int(A \cup B)$ קשירה?

6. הוכיחו או הפריכו: אם $A \subseteq \mathbb{R}^2$ בת מניה, אז $\mathbb{R}^2 \setminus A$ קשירה מסילתית.